

# 横山保の経済学と人間観

西 淳

## キーワード

一様性, 有限性, 需要理論の基礎定理

## 目 次

- I はじめに
- II 一様性の条件と有限性の立場
- III 一様性の条件と連続性の条件
  - 1. 一様性の条件
  - 2. 一様性の条件と連続性の条件との関係
- IV 一様性の条件と「需要理論の基礎定理」
- V 「需要理論の基礎定理」における連続性の条件と一様性の条件
- VI おわりに

## I はじめに

横山保は日本における戦後初期の経済学の発展に大きく貢献した数理経済学者である。もともと横山は数学畑の人であり、古谷弘(1920～1957)の影響のもと、経済学の分野に入ってきたようである。当時、東大においては数学科から経済学に入ってくる人々が多かったので、そういった影響もあったのかもしれない<sup>1)</sup>。そのような環境の中で横山は、消費者需要の諸問題について独自の視点から挑んだ<sup>2)</sup>。

横山はこのような学問的出発点をもち、その分野において優れた業績を残した。にもかかわらず、彼はミクロ的な消費者行動の理論の研究から、徐々に経営学的な分野あるいはそれと関連したコンピュータの理論や歴史に興味をもつようになり、さらに後にはコンピュータ・サイエンスを中心とする人間の意思決定の複雑さの側面に研究の方向を向けていくことになる。

そこで横山はとくに、大域的な知識構造を前提とした完全な合理性による選択プロセスではなく、局所的な視野や知識構造にもとづいて選択をおこなう現実的な人間の意思決定のプロセスに興味を抱いた。そして人間の問題解決のプロセスを理解するためにも、計算機科学、コンピュータの理論的な研究が不可欠であると考えた。オペレーションズ・リサーチ(OR)などの応用数学に興味をいだいたのも、限られた空間的・時間的視野の中で人間はいかにみずからの次の行動を選び取るのかを解明する、という問題意識に端を発するものと評価することができよう。

本稿は、横山の初期の数理経済学の業績のなかでも、「一様性」をめぐる議論を検討するのが目的である。もちろんそのことは、後期の横山における人間観の変遷の過程を確定するための準備作業の意味をも担っている<sup>3)</sup>。

## Ⅱ 一様性の条件と有限性の立場

先にも述べたように、横山も他の研究者たちと同様に消費者行動の研究からはじめた。しかし彼が追求していたものは、他の人々とは若干異なっていた。

横山の経済学研究においては、現実的な人間の意思決定においてどのような選択行為がなされているのかに注意が向けられている。そして選択という人間の意思決定を分析の対象とする中で、これまでの経済理論からなにを継承しなにを捨て去るべきであるのかを明らかにするところから学問的探求が始まっている。その際にキーポイントとなるのは、“有限性の経済学”が目指されたということである。横山は次のように述べている。

「概して、財の量は連続的に変化するといったことはありえない。財にはそれが計量される最小の単位があるのが普通である。そのような場合には連続性の条件は意味をもたない。」(Yokoyama (1954), pp. 35)

これは無限個の選択対象を前提し、そのすべての元に完全な順序をつけるという、およそ人間がおこなうことが不可能な前提をおかずとも消費者行動の理論を展開することは可能であり、またそうすることによってこそ経済理論は現実的な人間行動の分析の第1歩たりうるのだ、という信念を横山が有していたことを裏づけるものにほかならない。

さらに横山(1959)においては次のように述べられている。

「・・・われわれは論述を一般的にするために、一応これ等の財の量はすべて離散的に変動するものとし、必要に応じて連続的に変動し得る場合を考えて行くことにする。」(横山(1959), 4 ページ)

ここで横山は、離散的な対象のほうが一般的であると主張している。有限性の仮定は、連続性や無限性といった解析学が前提としてきた仮定より数学的には後退したものであり、なんら注目に値しないことであると思われるかもしれない。しかし現実人間が意識的に選択できるものは離散的なものであり、その現実性という問題を重視するなら対象の連続性やその上で定義される関数の連続性や解析性は仮定しないにこしたことはない、という横山の経済学に対する態度表明がここから読み取れる。

横山は1951年に雑誌『季刊理論経済学』に掲載された論文「消費者需要の一般理論」において、はやくも選択対象の非分割性の問題に興味を示している(横山(1951))。通常、経済理論において選択対象は連続的、つまり分割可能なものとされる。そして分割不可能な対象は具体的に数値計算などをする際に、連続性をもつ対象の近似として意味があると考えられる。

しかしなにが一般的で、なにが特殊であるかは先験的にはいうことができない<sup>4)</sup>。横山は対象の連続性という条件をはずしても(そして選好の連続性の条件についても)、なおかつ成立する経済学的命題のみを有意義な命題として残していくべきであると考えた。そしてそのために横山は、選好の対象や選好関係が連続性という性質を有さなくとも消費者需要の理論において成立する諸命題を成り立たしめる条件を「一様性」という、対象に順序を付する人間の判断能力の条件に求めたのである。

このように対象の離散性から出発した横山の学問の根底には、経済主体のもつ認識能力を制限していくという問題意識があったと考えられる。それは彼が、経済学において分析の前提とされている経済主体のもつ判断能力があまりにも強すぎ、そのためそれは現実的な人間の経済行動を記述するに際してはリアリティーをもつものではないと判断したからである。しかし、この場合の人間の判断能力とはなにを意味しているのであろうか。

人間の判断能力をなんらかの形で制限していこうとする潮流は他にも存在している。つまり選好のもつ「合理性」に制限を加えていこうとする動きである<sup>5)</sup>。このように選好の合理性を弱めてもおかつ、消費者理論の主要命題が成立することを示すという方向での研究がとりわけ70年代に盛んとなった<sup>6)</sup>。

しかし横山においては人間の認識能力の吟味とは、選好の合理性の吟味を意味しなかった。彼にとって重要であったのはむしろ対象や選好における連続性の問題であった。つまり横山はむしろ、それらよりも連続性の条件の非現実性に焦点をあてたのである。言い換えるなら、人間の対象の選択という行為

における一貫性の欠如の問題ではなく、計算能力の限定性の問題である。

そのため横山においては、通常合理性を弱めるということの意味されているような、反射性や完全性、推移性などといった性質を弱めるといったことは重要な問題とは認識されていない。むしろ現実的な人間の選択行動にとって重要なのは、有限の対象の中からどのようにみずからの消費する対象を絞り込むのかについての方法論である。したがって彼は連続性以外の性質、つまり反射性や推移性といった通常選好の合理性として考えられているものは、人間行動の首尾一貫性を示すものとして前提したのである。

もちろん横山の初期の経済学研究においては、そのような人間の判断能力の考察が中心となっているわけではない。むしろ対象の離散性を前提とした消費者理論がたんと展開されているだけである。それは初期の横山にとって、経済学という学問の内部において経済学の現実化という課題を追求するに際しては、「一様性」なる人間の認識様式が、伝統的な経済学における諸命題を保存することを示す必要があったからに他ならない。

そして横山は対象の離散性の前提のもとに、一様性の条件により消費者理論が展開可能であることを示そうとした。つまり元の存在定理などについては弱くなるが、むしろ存在などは前提したうえで、諸命題がより現実的な前提のもとにおいても成り立つことを示すことに専心したのである<sup>7)</sup>。

こういったことから、数学的な分析においても、たえず人間の現実的な意思決定という側面からその経済学的な含意を追求しようとした横山の態度をうかがい知ることができる。また彼は経済理論と数学とは本来別次元のものであり、数学的なエレガントさのみを求め経験的含意を軽視することは経済理論の現実からの乖離を推し進めることにつながっていくと考えた。そして一貫性という人間の選択原理における必要最小限の性質のみを重要視した。

### Ⅲ 一様性の条件と連続性の条件

#### 1. 一様性の条件

この一様性の条件がはじめて登場するのは『大阪大学経済学』に掲載された1952年の論文「需要の一般法則」(横山(1952))においてであり、そこでは需要理論のヒックス的展開に必要な条件として取り上げられている<sup>8)</sup>。しかしここでは一様性の条件の意味を明らかにするために、「選択理論に於ける一様性の条件と連続性の条件」(横山(1953, b))、そして後にこれらの一連の研究をまとめた『需要理論の研究』(横山(1959))を参照しつつみていくことにしよう。

消費者の選択行動において、連続性にとってかわることのできる特性とはなにか。そのような問題に対して横山は「一様性」という特性によって答えようとした。それでは一様性とはどのようなものであろうか<sup>9)</sup>。

横山(1953, b)はまず、消費集合  $X$  (横山は“ $m$ ”で表している) において関係  $\succeq$  (横山は“ $r$ ”で表している) を定義し、 $X$  は関係  $\succeq$  に関して全順序集合 (complete ordered set) をなすという前提から出発する<sup>10)</sup>。つまり関係  $\succeq$  に対して①完全性 (completeness)、②反射性 (reflectivity)、③推移性 (transitivity) が成り立つということである。そしてさらに関係  $\succeq$  について、④単調性 (monotonicity)、つまり「もし  $x \succeq y$  ならば  $x \geq y$  であり、 $x > y$  ならば  $y \not\succeq x$ 」が仮定される。

さらに横山は消費集合  $X$  が半順序 (partially ordering) をなしていると述べる。これはその集合に、②反射性、③推移性、⑤反対称性 (asymmetry) をみたま 2 項関係  $\succeq$  が定義されているということである。しかしこの順序集合は任意の元に関して比較可能ではない。したがって完全な (complete) 順序を形成してはいない。よって選択理論における重要な課題は、いかにすれば消費集合のすべての元に対して、完全なる順序をつけることができるかということである。

そこで横山は次のような手続きによって消費集合上のすべての元を類別する。まず消費集合の中から選好に関して全順序 (complete ordering) を形成する部分集合を選び出す。そのために要請されるのは、先の④選好における単調性の公準である。これは横山(1959)においては、「一つの方角についての選

択の一方性」(横山(1959), 15 ページ)と述べられ、多いほうが少ないよりもよいという、人間の選好の基本的な性質を表している。つまりベクトル量と選好との間に、第一に完全な順序をつけることのできる公準である<sup>11)</sup>。それに単調性の条件を適用することによってそれらの集合と選好の間に対応関係を作る。そうすれば、その集合の上にある消費の組み合わせに関しては完全な順序をつけることができるであろう。

それからその部分集合に属さない元を、その集合上の元を基準とした同値類に類別することによって比較可能なものにする。つまり直接的には比較可能でない消費集合上の元を、全順序集合上の元と対応させいくつかの同値関係にまとめることによって、完全に順序づけるという方法である。これは人間のリアルな選択の様式としてまっとうなものかは判断しがたいが、そのままでは比較可能でないもののあいだに順序をつけるという行為の背後にある論理としては妥当だと思われる<sup>12)</sup>。

しかしすべての元に順序をつけるならば、今度は選択領域のあらゆる方向に対して、選好と対象との間になんらかの関連を前提することが必要となるであろう。その際、選択領域と選好が連続性をもつのであれば消費集合  $X$  は無限の点に分割されることになり、そのすべての点は任意の元について、それぞれより好まれるか、無差別か、好まれないかが決められる。

しかし選択対象が離散的であるならば(つまり  $1/2$  着の上着や、 $\sqrt{2}$  エレのリンネルが購買可能でないならば)選好の連続性の基準は適用することができず、離散的な基準においても適用可能な条件を抽象しなければならないであろう。その条件こそが横山がいう「多方向に関連する一つの秩序を与える如き条件」(横山(1959), 15-16 ページ)たる「一様性」の条件なのである。つまりどのような消費の組であろうとも順序づけにおいて、常に量的に比較可能な領域にその対応物が存在するという条件である。

横山は以上のような議論を前提として一様性の条件を導入する。一様性の条件とは、横山(1953, b)によれば、

「 $x > y$  ならば  $y \sim z$  かつ  $x > z$  なる如き  $z$  が  $X$  の中に必ず存在する。」

というものである(横山(1953, b), 44 ページ)<sup>13)</sup>。

$x > y$  かつ  $y \sim z$  ならば  $x > z$  となるので、単調性の仮定から  $z \geq x$  となることはない<sup>14)</sup>。そこで  $x$  を最大元とし  $0$  を最小元とする関係  $\geq$  によって得られる任意の鎖(chain)  $x = x_1 > x_2 > x_3 > \dots > 0$  を考えてみる。これらは大小関係に関する全順序を形成する<sup>15)</sup>。一様性の条件が満たされるならば、任意の  $x$  に対して適当な  $x = x_1 > x_2 > x_3 > \dots > 0$  をつくり、 $x_i > y$  かつ  $y > x_{i+1}$  なる  $y$  が消費集合  $X$  の中に存在しないようにすることができる。

要するに一様性の条件は横山が述べるように、「preference に関して jump のないような鎖が存在することを意味する」(横山(1953, b), 45 ページ)のであり、このことの含意するものは重要である。なぜならばこのことによって、消費集合のすべての元が選好に関して完全な順序を付与されることになるからである。いわば鎖を基準として、鎖に属さない元をそれらの元の同値類に類別するという方法によって、消費集合上の元をすべて比較可能なものとするのである。

それでは一様性の条件と連続性の条件との関連はどうなっているのか。これについて次に考えてみる。

## 2. 一様性の条件と連続性の条件との関係

横山はこの条件が、他の人々によって提示された一様性の条件や連続性の条件のいわば必要条件となっていることを明らかにしている。つまり一様性の条件は、通常一般的と思われる連続性の条件の成立にとって本質的なものになっており、その意味でより一般的であるというわけである<sup>16)</sup>。そしてその際に、さまざまな連続性の条件が比較検討されている。

横山(1953, b)において横山は、いくつかの一様性の条件と連続性の条件の論理的な関連を検討している。そこでは具体的には、ウォルト(Herman Wold)による一様性の条件や後尾哲也による一様



性の条件、そして連続性の条件（これは Yokoyama (1954) における Weak Continuity Condition に相当する）やウォルトによる連続性の条件の間の論理的関係が明らかにされる。

さらに Yokoyama (1954) においては、選好の連続性についてさらに細かい分類がなされ、Weak Continuity Condition と Strong Continuity Condition, そして、Prof. Wold's Axiom of Continuity と自らの Uniformity Condition の対比がなされている。

また Yokoyama (1956) や横山 (1956) においては、選択尺度の連続性において重要な条件となる選好の連続性の条件についての整理をおこない、自らの一様性の条件と、ウォルトやドブリュー (Gerard Debreu) らの連続性の条件との関係を明らかにしている。

以上のようにさまざまな条件の関係について横山は明らかにしている。しかしここでは横山 (1956) を中心に、横山の一様性の条件とウォルトやドブリューらの連続性の条件との関係のみを見ていくことにする。

連続的な効用関数が存在するためには、選好が合理的であるだけでなく、なおかつそれが連続的である必要がある。そのための条件として、ウォルトやドブリューはそれぞれ連続性についての条件を定式化した。横山はウォルトとドブリューによって提示された連続性の条件についての検討をおこない、それらが選好の強い単調性の前提のもとでは同値になることを示している（横山 (1956)）。そしてさらに、みづからの提示する一様性の条件がウォルトやドブリューらが提示する連続性の条件の必要条件となっていることを明らかにするのである（横山 (1956), 152-155 ページ）。

横山はまずウォルトの条件を取り上げる。ウォルトの条件とは次のようである。つまり、

「 $q^{(1)}, q^{(2)}, q^{(3)}$  なる選択対象を考えると、もし  $q^{(1)} > q^{(2)} > q^{(3)}$  ならば、 $q^{(1)}$  と  $q^{(3)}$  をむすぶ線分上に  $q^{(2)}$  と無差別な点  $q$  が存在する。」

という条件である。それに対して G. ドブリューは、集合論的な視点から次のような連続性の条件を提示した。それは経済学の教科書などにおいてもよく知られているように、

「あらゆる  $y$  に対し、集合  $\{x \mid x \succeq y\}$  および  $\{x \mid y \succeq x\}$  は閉集合である。」

（あるいは言い換えるならば、「すべての  $i$  について  $y_i \succeq x$  ならば  $y \succeq x$  であり、すべての  $i$  について  $x \succeq y_i$  ならば  $x \succeq y$  である。」）

というものである。

先にも述べたように、横山はこの二つの条件が選好の単調性などの条件のもとに同値になることを示した。さらにこれらの連続性の条件が同値となり、横山 (1953, b) において示されていたウォルトの条件にとって横山の一様性の条件が必要条件となっているという結論から、横山の一様性の条件が彼らの連続性の条件の必要条件となっていることが明らかにされる。

さてそれでは横山は連続性と一様性との間にどのような関係を見ているのであろうか。ここでも横山の証明を詳述することはやめ、二つの条件を比較するために、連続性の条件に含まれる二つの意味を横山の記述にしたがって取り出してみよう。

第一に、選好の連続性の条件は、「 $z > z^m$  ならば  $z$  と  $z^m$  の間に  $z > x > z^m$  なる  $x$  が存在する」という、 $x$  という元の存在を保証するという側面がある。これはある集合に属する二つの元の間にはその集合の元がかならず存在しているということを表している。これは横山 (1953, b) の 46 ページでは、「ウォルトの連続性の条件の前半部分」として語られている側面である。一様性においては、この側面、つまりそのような元が存在するということはこれを前提する。この意味で連続性に含まれる、この側面については含意されない。つまり連続性を前提することによって保証される各種の「存在定理」について

は、一様性の条件はこれを保証しえない。

しかし第二に、連続性の条件は、元  $x$  が与えられた時に、 $x$  と無差別になる元が  $z$   $z^m$  の線分の上に存在することを含意する。つまり「 $z > x > z^m$  ならば、 $z$  と  $z^m$  を含む曲線は  $x \sim y$  なる  $y$  を含む」という側面である。これは横山（1953, b）の 45 ページでは「ウォルトの連続性の条件の後半部分」と述べられているものである。つまり無差別曲線が「横に拡がって」（横山（1959）, 17 ページ）いるという意味での連続性は、多次元に広がっての一貫性を主張しようという意味をもっているのである<sup>17)</sup>。

このように考えていくならば、横山の条件は、連続性の条件に含まれる第二の成分のみを抽出したものだということも理解できよう。そして上述の連続性から抽出した一様性の条件と重ね合わせるならば、横山の条件は次のようにいうことができよう。

「もし、 $z > x > z^m$  ならば、 $x \sim y$  かつ  $z > y$  なる  $y$  が存在する。」

ここで  $z^m$  なる元の存在を前提している。それを除くならば横山の一様性の条件と連続性の条件とは形式的に等しいということがはっきりとするであろう<sup>18)</sup>。つまり横山は、当該の点が内点であれば一様性の条件は連続性の条件の必要条件となることを示したのである。しかも横山の場合では消費集合が離散的であるので、当該の点が内点であってもかならずそのような点が存在するとは限らない。したがって価格変化後の支出最小点はその予算のもとでの需要となる保証はない。そのために一様性の条件、つまりどのような価格で評価してもかならず強く選好される点よりも安い点が存在するという条件が必要となる。

このように横山は、一様性の条件が  $x$  が内点であるとの前提のもとで連続性の条件の必要条件となっていることを証明している。つまりそれは連続性の条件より一般的な条件であり、かつ有限の対象性についても適用できる条件であること、またその上で定義される関数の連続性や解析性を仮定する必要があるという意味で現実的な条件であること、を主張するのである。

#### Ⅳ 一様性の条件と「需要理論の基礎定理」

このように横山の一様性の条件はきわめて簡明なものであり、対象が離散的な場合でも適用できる点で一般性をもつ。

しかしかりに一様性の条件が現実世界のあり様として、あるいは人間の現実的な認識様式としてリアルであると主張されたとしても、それだけでは経済学研究においては説得的ではないであろう。経済学には独自の研究領域が存在している。単に人間の認識・意思決定プロセスを反省、分析して、詳細に記述するだけでは、それは心理学や哲学、あるいは認知諸科学とかわりがなくなってしまうであろう<sup>19)</sup>。あくまで経済学の内在的な批判を目指すならば、選択領域が離散的なものであっても、連続性を仮定して展開される議論において獲得された諸命題が保存されることを示す必要がある。

したがって連続性の条件よりも弱い条件である一様性の条件が満たされれば、従来型の消費理論における諸命題を維持できることを証明するのが横山の次の課題となる。そしてそのために横山は需要理論のヒックス的展開の問題に取り組んだ。

「需要理論の基礎定理」こそ、横山が目指す経済学の有限化の本丸をなすものであり、有限変化の経済学における「需要理論のヒックス的展開」にとって必要な条件ともなるものである。横山は消費者需要の理論を展開する際に、代替効果を分析する時に前提される所得の補償についての二つの考え方、つまりスルツキー的なそれとヒックス的なそれの両方の概念をもちいている<sup>20)</sup>。そして離散的な展開においてヒックス的な補償概念を展開するためには、連続性の条件にかわって一様性の条件が必要になるとするのである。

「需要理論の基礎定理」がはじめて登場するのは横山（1953, b）においてである。そこで横山は支出最小化解が選好最大化の解になるという「需要理論の基礎定理」と、一様性の条件との関連を示している。従来、その証明には選好の連続性の条件が必要であると思われていた。しかし横山は連続性の条件はかならずしも必要ではなく、その必要条件となっている一様性の条件さえ前提されるならばよいということを示した。横山は次のように述べている。

「選択の一様性の条件（イ）（横山の論文において、横山の一様性の条件に付されている記号－西－）が満足されるならば需要理論の基礎定理が成立することが示されるならば、既に述べた如く、選択の一様性の条件のうちで一様性の条件（イ）は最も緩い条件であるから、一様性の条件の下では需要理論の基礎定理が成立することが一般的に言えることになる」（横山（1953, b）, 50 ページ）<sup>21)</sup>。

もう少し詳しくいうならば「需要理論の基礎定理」とは、ある消費の組から得られる満足度以上に選好される元の中で支出を最小にする問題の解（以下、「最小化解」と呼ぶ）は、その最小支出額を前提とした予算集合の中からもっとも preferable な元を選択する問題の解（以下、「最大化解」と呼ぶ）になるという定理である。つまり、

「 $x \succ x^*$  のとき常に  $p \cdot x \geq p \cdot x^*$  なるときは、 $p \cdot y \leq p \cdot x^*$  に対して、 $x^* \succeq y$  である。」

となる<sup>22)</sup>。この証明は一様性の条件を用いて次のようになされる。記しておこう。

いま定理が成立しないものとしよう。しからば  $p \cdot y \leq p \cdot x^*$  であり、かつ  $y \succ x^*$  なる  $y$  が存在することになる。しかるに明らかに  $y \succeq x^*$  であるから定理の条件より  $p \cdot y \geq p \cdot x^*$  である。よって  $p \cdot y = p \cdot x^*$  となる。

さて  $y \succ x^*$  であるから、横山の一様性の条件より  $y \succ z$  かつ  $z \sim x^*$  なる  $z$  が存在する。したがって  $p \cdot z < p \cdot y = p \cdot x^*$  となる。すなわち  $z \succeq x^*$  の時  $p \cdot z < p \cdot x^*$  となり矛盾する。したがって定理が成立する（横山（1953, b）, 51 ページ。Yokoyama（1954）, pp. 34）。

最小化問題の解が最大化問題の解を含意することは、無差別領域が連続であり、かつその他の若干の条件が満たされるならば成立することはさまざまな論者によって明らかにされている<sup>23)</sup>。しかしこのように、無差別領域が連続的でなく選好が連続でない場合については横山によってはじめて明らかにされたのである<sup>24)</sup>。

このように一様性の条件が満たされるならば、最小化解→最大化解が成立する。しかもこれは無差別領域の連続性も、また無差別な要素が複数存在することも要請していない。あくまで当該領域に一つあればよいのである。一つあるならば、最小化解→最大化解の含意関係が成立する<sup>25)</sup>。

以上のように、有限の選択対象のもとで「需要理論の基礎定理」が成立するためには、連続性の条件ではなく一様性の条件でよいことが横山によって示された。それでは基礎定理が成立する条件としての連続性の条件と一様性の条件とは、さらに具体的にはどのような関係にあるのだろうか。最後にその問題について検討してみよう。

## V 「需要理論の基礎定理」における連続性の条件と一様性の条件

ここでわれわれは、横山の一様性の条件の意味を考えるために、選好が連続的な場合に、最小化解が最大化解となる条件についてみていくことにしよう。なおここではドブリューの連続性の条件との関連をみていくことにしたい<sup>26)</sup>。

まず通常ミクロ経済学において議論される定義から出発しよう。選好について次のような仮定がおかれる。つまり

- ①  $X$  は空でない、下に有界で凸な閉集合である。
- ② 選好  $\succeq$  は完全性をみtas。

いま、少なくとも  $x$  と同程度に選好される集合（上方等位集合）を  $R(x)$  であらわそう。そうすれば  $R(x)$  は次のように定義される。

$$R(x) = \{z \in X \mid z \succeq x\}$$

三つ目の仮定として、

③  $R(x)$  は上方に連続である。

これは  $R(x)$  が閉集合であることを表している。

つぎに最小支出関数を定義しておこう。最小支出関数は次のように定義される。

$$M_x(p) = \inf \{p \cdot z \mid z \in R(x)\}$$

さて選択領域が連続的な場合を考えてみる。 $p > 0$  であるならば  $R(x)$  における所与の価格での最小支出額が確定される<sup>27)</sup>。それを実現する元を、いま  $z$  で表そう。さらに最小支出を実現する元の集合を  $m_x$  で表しておく。つまり  $m_x$  は

$$m_x(p) = \{z \in R(x) \mid y \in R(x) \rightarrow p \cdot y \geq p \cdot z\}$$

である。なお  $\rightarrow$  は含意を表す。

つぎに補償需要について考えてみよう。補償需要とは先に定義された最小支出額を制約として、その予算集合の中でもっとも選好される集合として定義される。それをいま  $f_x(p)$  であらわそう。そうすると補償需要は、

$$f_x(p) = \{a \in X \mid \forall y \in X : p \cdot y \leq M_x(p) \rightarrow a \succeq y\}$$

という形で定義できる。つまり補償需要とは、通常の需要において価格変化が生じた際、その価格での最小支出に所得制約が調整されたものである。

さてここでこれらの集合に属する元についてどのような関係が成り立つだろうか。それをつぎに考えてみよう。つまりある元が  $m_x(p)$  に属していたとしても、それが  $f_x(p)$  に属するとは限らないし、逆にある元が  $f_x(p)$  に属していたとしても、それが  $m_x(p)$  に属するとは限らないであろう。

しかしある条件のもとでは、 $m_x(p) \subset f_x(p)$  や  $f_x(p) \subset m_x(p)$  が成立するのであり、これらのことから  $m_x(p) = f_x(p)$  が成立する条件も明らかになろう。なお以下の議論で前提条件となるのは、①選好の（下方）連続性の条件と、② minimum wealth condition である。ただし選好の連続性、一様性の条件と関連しているのは  $m_x(p) \subset f_x(p)$  の関係であるので、ここではこちらのほうだけを取り上げておこう<sup>28)</sup>。

いま、支出を最小にする元を  $x^*$  としよう。そうするならば、次の命題の成立を証明すればよいということになる。つまり、

$$[p \cdot x < p \cdot x^* \rightarrow x^* > x] \rightarrow [p \cdot x \leq p \cdot x^* \rightarrow x^* \geq x]$$

ここで② minimum wealth condition を仮定し、 $p \cdot x^*$  よりも安い点が存在するとしよう。つまり  $p$  という価格で評価して  $x^*$  よりも安価な点が予算線の下方に存在するとするのである。つまり  $p \cdot x^m < p \cdot x^*$  なる  $x^m$  が存在するということである。定理を証明するには消費集合の元  $x$  が  $p \cdot x = p \cdot x^*$  を満たすならば、 $x^* \geq x$  となることを示せば十分である。



先の最小支出の元の集合の定義  $m_x(p) = \{z \in R(x) \mid y \in R(x) \rightarrow p \cdot y \geq p \cdot z\}$  より、この対偶をとるならば  $p \cdot y < p \cdot z \rightarrow y \notin R(x)$  であるので、今の場合を考えると  $p \cdot x$  より安い点ならば、かならず  $x^*$  よりも厳密に選好されないということになる。いまその安い元を  $x_m$  としよう。

さて選択領域は連続であるから、その元  $x^m$  から  $x$  への  $p \cdot x^m < p \cdot x$  を満たす点列を考えることができる。 $x^m$  の選び方から  $p \cdot x > p \cdot x^m$  かつ  $x^m \in R(x^*)$  となる。つまり  $x^m \in P^{-1}(x^*)$  となる。一方、 $R^{-1}(x^*)$  は閉集合であったのだから、 $\lim_{m \rightarrow \infty} x^m = x \in R^{-1}(x^*)$ 、つまり  $x^* \succeq x$  となる。これで  $m_x(p) \subset f_x(p)$  を示すことができた<sup>29)</sup>。

このように連続的なケースにおいては、双対性の原理の片方たる  $m_x(p) \subset f_x(p)$  を証明するために上方連続性に加えて下方連続性の条件が用いられる。その際、minimum wealth condition によって、当該の元よりも安い元  $x^m$  が存在するということが命題を成立させるのに意味をもっていることがわかるであろう。

それに対して横山においては、先にも述べたように支出最小点の存在は仮定した上で、その支出最小点  $x$  が一様性の条件のもとで最大点になることを証明した。まさに一様性の条件は連続性の条件にとって代わって、分割不能な対象における  $m_x(p) \subset f_x(p)$  の関係を成立させるのである。これが「需要理論の基礎定理」であった。このことから一様性が連続性の条件にとって本質的な条件となっていることがわかるであろう。

だが、連続性の条件と一様性の条件とは若干異なっている。横山の「一様性」の条件はⅢ章の表記では次のようなものであった。つまり、「 $z \succ x$  ならば、 $x \sim y$ 、かつ  $z \succ y$  なる  $y$  が存在する」である。つまり、 $z^m$  なる元によって下から支えられることがない。逆にいえば連続性の条件は  $z^m$  のような元の存在を想定している。これらの問題を補償需要点と支出最小点との関係の問題との関連で検討しよう。これは  $m_x(p) \subset f_x(p)$  と関係する問題である。

この問題を考えるために、いくつかの定義を与えておこう。

直線  $z \succ z^m$  上にあり、かつ  $a \succ x$  なる要素  $a$  全体の集合を  $L_1$  とし、同様に直線  $z \succ z^m$  上にあり、かつ  $x \succ \beta$  なる要素  $\beta$  全体の集合を  $L_2$  であらわそう。

さて連続の場合においては、 $z \succ z^m$  上の  $y$  を  $R(x)$  に含めると、 $L_2$  には選好の最大元がない。しかしそれでは  $y$  は単に  $y \succeq x$  にとどまる。したがって  $R^{-1}(x)$  を閉集合と仮定して、 $z \succ z^m$  上での  $R^{-1}(x)$  の最大元をきめて  $x \succeq y$  とせねばならない。したがって  $y$  を下から支える  $z^m$  のような元が必要となる。それに対して離散的な領域においては、鎖の中のある数以上に選好される元の中の最小元とその数以下の最大元とはつねに一致する。したがって  $z^m$  のような元は必要がないのである。

このようにみてくると横山の一様性の条件は、連続性の条件の本質的な部分を抽出したものだということも理解できよう。そして最小化解  $\rightarrow$  最大化解の命題の成立には、選好の連続性ではなく一様性の条件が前提されるならばよいということも明らかとなったであろう<sup>30)</sup>。

なるほど横山の証明においては  $x$  と無差別な点  $y$  が  $z \succ y$  なる領域に存在することが仮定されている分、厳しい仮定をおいているかのように思われるかもしれない。選好の連続性と内点性の条件を仮定するならば、 $p \cdot z$  より安い領域においては  $x$  と無差別な点が存在することは明らかだからである。しかしそれは選好に内在的な条件ではなく価格に依存する便宜的ともいべき条件である。選好と対象との関係においては価格変化に依存しない（つまりいかなる価格変化でも成立する）条件のほうが望ましいであろう。

それでは  $f_x(p) \subset m_x(p)$  についてはどうだろうか。先にも述べたように、局所的な非飽和性が満たされるならばもっとも選好される元は支出を最小にする元になることが示された。横山においてもより強い仮定であるが、強い単調性が仮定されていた。弱い単調性ならば無差別領域が厚みをもつ可能性を排除できないが、強い単調性が仮定されれば証明される。集合  $f_x(p)$  と  $m_x(p)$  は厳密に等しくなり、双対性が成立する。その際に最小限必要なのは、まさに「一様性」の条件なのである。こ

れで一様性のほうが一般的な条件であるという横山の議論も明らかになったであろう。

## Ⅵ おわりに

以上のように考えるならば横山が目指していたものが、たんなる連続性や無限小といった解析学的分析を重視する経済学に対する異議申し立てにとどまるものではなく、より一般性を有する条件をもちいても需要理論の展開はできるということを示す、いわば内在的な経済学に対する批判であったことが了解できよう。経済学的思考に強く根付いている“連続性こそが一般的である”という考え方に対して、横山はなにが一般的かは先験的に決まるものではなく、あくまで現実在即して決められるべきものであると主張しているのである。なにが一般的なものであり、なにが特殊なものかは、現実の人間行動の観察によって決まるのだというわけである。

しかも横山は単に、無限性に対して有限性というアンチテーゼを対置したわけではない。彼は従来の経済学において達成されてきた命題のどれが有限化によって保存されるかを検討することによって、みずからの人間観と正統派経済学における人間観との違いを考え抜いたのである。このような横山の志向は当時の経済学の進んでいた方向とは異なっていたために、彼の業績の真意の部分は十分評価されているとはいえない。しかしそれから50年をへて正統派経済学におけるさまざまな非現実性がきびしく問われている今、横山の問題提起はますます輝きを増してきているように思われる。

## 注

- 1) 有名な人々だけを挙げても、稲田猷一や宇沢弘文、二階堂副包など、戦後の日本の経済学を世界的なレベルに押し上げるのに貢献著しかった人々ばかりである。これらの人々はみな数学科出身者であった。
- 2) 横山が経済学の研究を発表し始めたのは、関西の若手研究者によって発刊されていた『近代経済理論研究』という雑誌であった。この雑誌には森嶋通夫や置塩信雄といった人々が寄稿し、そこに横山も経済体系の安定条件についての論文を掲載している。さらに横山は大阪大学に統計学の教授として奉職することになるが、そこでも消費者の選択についての基礎理論の研究を続行していった。横山の業績は世界的に知られている。たとえば、Yokoyama (1953) は後に P.Newman の編集になる Readings in Mathematical Economics, Baltimore, Johns Hopkins Press, 1968 の第1巻に所収されているし、Varian (1984) はその日本語版の序文(邦訳 i ページ)において横山のスルツキー方程式の研究を「スルツキー方程式の有限の接近」として評価している。
- 3) 横山は終生、人間の意思決定過程、とりわけ選択のプロセスに興味をもっていた。それは彼が経済学から経営学、さらには計算機科学へと学問的シフトをした後も、つねに人間の問題解決過程を主題にしていたことから明らかである。そのような初期の横山の人間観が経営学やコンピュータの研究を通じていかに変容し、修正を迫られていくのかについては次の課題としておきたい。また比較静学をめぐる問題についても別稿で述べたい。
- 4) 経済理論において、有限性と無限性のどちらが一般的であるかという問題については金子 (2003)。
- 5) 合理性をみだす選好の条件として、選好が完全性、推移性をみだすという条件があげられる (Mas-Colell, Winston, and Green (1995), Chapter3)。なお二項関係が反射性、推移性をみだすとき、擬順序 (preordering) であると呼ばれる。
- 6) 例をあげるならば選好における推移性の問題がある。選好の推移性が現実にはみだされないことは、社会心理学における心理テストやその他の実証的な研究によってしばしば指摘され、経済学の非現実性の証拠のように言われていた。現実の消費行動において選択される消費の組が、選好に関してサイクルをなすことはしばしば起こりうるからである (この点についてはマルシャックによる有名な議論がある。Marschak (1950))。

消費者行動の理論において選択主体のもつ合理性を制限してこうとする試みは、H. ゾンネンシャイン (H. Sonnenschein) などによって精力的に推し進められた。経済学において前提されている人間の認識能力における合理性をいくらか弱めても、さまざまな命題の成立が維持されることが主張されたのである。ゾンネンシャインらは選好の推移性が満たされなくとも凸性などの条件が満足されるならば、消費集合内に最大元 (greatest element) が存在することを示した。なお最大元については Debreu (1959), Hildenbrand (1974)。

- 7) Hicks (1956) で言及されているように、少なくとも一つ分割可能な財が存在するならば選好の連続性は意味をもつ。そしてそのような枠組みのもとでは  $x \succ y \succ z$  ならば線分  $xz$  の間に  $a \sim y$  なる元  $a$  が存在することがい

- える（これについては【補注1】参照）。しかしすべての財に関して分割不能性を認める横山の理論的枠組みでは選好が連続であることはそもそもないので、そのような無差別な元の存在ははじめから前提されざるをえない。このことが元の存在定理については弱くなるということの意味である。
- 8) ただし横山 (1953, a) によれば、同様に一様性の概念が登場する「選択理論の論理的基礎」(横山 (1953, a)) は、「需要の一般法則」以前に執筆されたもののようである。なお横山の研究を、L. マッケンジー (L. McKenzie) の一連の研究と比較することは興味深いことである。横山の研究は、選好関係から消費者需要の諸命題を導き出すという点で、マッケンジーの研究と関連している。
  - 9) 横山 (1959) においては次のように述べられている。「この選択に関する一様性の条件は、実は多次元の量をもつ選択対象に対しての選択ということが、合理性乃至は論理的整合性をもつためには当然要請されるべき条件であるということが理解されるであろう」(横山 (1959), 17 ページ)。「この選択に関する一様性の条件は、多次元に於ける選択の場合、横に広がっての consistency を意味するものである。そうしてこの一様性の条件と単調増加性の条件とが結びつくと、選択対象の集合を一定の秩序をもった無差別領域として区分することになるのである」(前掲書, 17 ページ)。
  - 10) 厳密には「全擬順序」とすべきであろう。なお以下、消費集合  $X$  上の、非負の  $n$  種の財の組み合わせを  $x = (x_1, \dots, x_n)$ ,  $y = (y_1, \dots, y_n)$  で表し、また価格を  $p = (p_1, \dots, p_n)$  などと表記する。また以下の横山の定義には注意が必要である。横山の定義によると  $x \geq y$  で  $x \neq y$  のとき " $x > y$ " と記される (通常は " $x \geq y$ ").  $x > y$  は、ベクトルのすべての要素  $i$  に対して  $x_i > y_i$  が成立することを意味するのではない。
  - 11) また次のように述べられている。「…消費者の選択対象の間には大小関係が附せられることがある。勿論任意の二つの選択対象の間に大小関係が成立するというのではなく、或る場合には大小関係が成立することがある。そのような場合財の量が大になれば、より選好されることになるであろう」(横山 (1959), 8 ページ)。なお通常、単調性を理論展開のはじめに仮定してしまうことは前提として一般性をもたないものと考えられている (たとえば Hildenbrand (1974), pp. 87)。しかし横山は選好尺度の連続性の分析において次のように述べている。「然し乍らわれわれが選択尺度の連続性について考えるとき、選好の強い単調増加性の如き十分に meaningful な条件を外して議論することは余り積極的意味を持たないであろう。そのような議論は単なる数学的興味の問題となる。」(横山 (1959), 33 ページ)。
  - 12) もちろんこのような見方は自明ではない。サミュエルソンによる顕示選好理論のような「強い順序づけ」(strong ordering) の考え方も存在する。Hicks (1956)。
  - 13) 横山においては  $\succ$  は pref.,  $\sim$  は ind. で、また先にも述べたように  $X$  は  $m$  で表されている。なお同じことであるが、横山 (1953, a) においては、次のように述べられている。「 $x > y$  ならば  $y \geq z$ ,  $z \geq y$  なる如き,  $z < x$  なる  $z$  が必ず存在する。」
  - 14) 「 $x > y$  かつ  $y \sim z$  ならば  $x > z$ 」, は  $\succeq$  の推移性より示すことができる。西村 (1979), 64 ページ。
  - 15) 順序集合  $X$  の部分集合で完全な順序をなすものは  $X$  の鎖 (chain) と呼ばれる (Katzner (1970), pp. 180)。
  - 16) 横山 (1959) の言を引用するならば、次のようである。「…選択についての一様性の条件の方が連続性の条件よりも遥かに一般の場合に於ける条件であるといわなければならない。事実一様性の条件は選択尺度の連続性なる概念の中に含有される選択行為の論理的整合性の本質的部分を抽出したものであると考えられる」(横山 (1959), 34 ページ)。
  - 17) 「一様性」とは、横山 (1959), 36 ページが述べているところによると、「一様連続性」における一様性を抽出したものである。連続性は通常、ある点において定義される。しかし選好の連続性など、ある領域で関数が連続であることが必要となる場合がある。さらに変数が多次元的であるならば、あらゆる方向に関して関数が連続である必要があろう。このように「あらゆる方向において」(逆にいえば方向に無関係に) 連続であるということを「一様に uniformly」連続であるという。
  - 18) しかし、連続性の条件とは若干異なっている。つまり、 $z^m$  なる元によって下から支えられることがない。この問題は  $V$  で検討する。
  - 19) 本稿においてはふれないが、比較静学においても横山の有限性に対する姿勢は貫かれる。経済学の主体均衡論においては、その意思決定主体が環境条件とされるものの変化に対してどのように反応し、その結果として現れる選択結果がどのように変化するかが分析されなければならない。したがって内在的な経済学批判を目指すならば、連続性の条件ではなく一様性の条件が適用されても、従来の経済学において獲得された諸命題が維持されることが証明されねばならないのである。しかしこのような比較静学的な問題においても横山の視点は徹底される。その場合の与件の変化とは、通常検討されるような infinitesimal なものではなく、あくまで有限の幅をもち、個々の主体にとってその変化が認識可能であるような変化でなければならないと横山は考える。直観的にいえば、その変化はドラスティックなものであってもかまわないということである。つまり与件の infinitesimal な変化を有



限化しても、なおかつ残っていくようなロバストな命題のみを認めるのである。

- 20) Hicks (1956), pp61 (邦訳, 81 ページ) はこれらをそれぞれ「費用較差法 the method of the Cost-Difference」, 「補整的変差法 the method of the Compensating Variation」と呼んでいる。また Samuelson (1953) も参照。
- 21) また Yokoyama (1954), pp. 33-34。

- 22) なお以下で “ $\cdot$ ” は内積を表す。つまり  $p \cdot x = \sum_{i=1}^n p_i x_i$  である。

- 23) なお若干の条件とは, minimum wealth condition (Barten, A, P, and Böhm, V (1982), pp. 401) である。ただしそこでは対応の下方半連続性との関連で述べられている。なおこれについては V を参照。また【補注 2】も参照。
- 24) このような問題がなぜ重要なのであろうか。それはそのような含意関係が常に満たされるとは限らないからである。当該の元が支出の最小元となっても、それが最小支出額のもとで選好を最大にしているとは限らない。そのためには選好が連続である必要があると考えられていたのであるが、横山は対象や選好が連続である必要はなく、選好と対象との間に一様性の条件が成立すればよいとしたのである。最小支出点がかならずしも効用最大点とはならないことは、すでにアロー (K. Arrow) が一般均衡論の文脈で明らかにしており、今日では「アローの反例」として知られている事例である。アロー・ハーン (Arrow and Hahn (1971)) においては補償均衡と一般均衡の関係として議論されている。

- 25) これら二つの問題の関連については Arrow and Hahn (1971), Debreu (1959)。しかし「需要理論の基礎定理」は、最小解→最大解を明らかにするものであるが、それだけでは最大解=最小解を証明することはできない。そのためには逆の関係が成立しなければならず、それを証明するのが、「需要理論における双対性の原理」である。これをもって横山における、双対原理の検討が完結する。

「需要理論における双対性の原理」は次のことを主張する。つまり「需要理論の基礎定理」で述べるようにある一定の程度以上の欲望満足を与える選択対象の中で費用を最小にするものが、その費用で購入可能なものの中でもっとも選好されるものである、つまり普通の需要であることを主張するだけではなく、一定の所得のもとで購入可能である選択対象の中でもっとも選好される組み合わせは、それと同程度ないしはそれ以上の欲望満足を与える選択対象の中で費用が最小なる組み合わせであること、を主張するのである。つまり一様性と凸性の条件のもとにおいて最大化問題の解と最小化問題の解は完全に一致する。この需要理論の双対原理のもとでは、消費者の需要をいずれの側面から定義してもかまわない。つまり単調性と選好の凸性のもとにおいては次のような命題が成立するであろう（証明は横山 (1959)）。

「 $x^*$  とは異なり  $x \geq x^*$  なるすべての  $x$  に対し、 $\sum_{i=1}^n x_i p_i > \sum_{i=1}^n x_i^* p_i$  ならば  $\sum_{i=1}^n x_i^* p_i \geq \sum_{i=1}^n y_i p_i$  なるすべての  $y$  に  
対し  $x^* > y$  である。又逆に  $\sum_{i=1}^n x_i^* p_i \geq \sum_{i=1}^n y_i p_i$  なるすべての  $y$  に対し  $x^* > y$  ならば、 $x^*$  とは異なり  $x \geq x^*$  なるすべての  $x$  に対して  $\sum_{i=1}^n x_i p_i > \sum_{i=1}^n x_i^* p_i$  (ただし横山においては  $\geq$  は  $r$ ,  $>$  は  $\text{pref.}$  で表されている)。」

ここにおいてはじめて、最大化解と最小化解は厳密に等しくなり、ヒックスの需要理論の基礎は完成する。このように単調性の仮定のもとで、一様性の条件や凸性の条件が満たされるならば、すべての財が分割不能であっても、「最大化解=最小化解」が成立し双対性が成立することが示された。その逆、つまり  $f_x(p) \subset m_x(p)$  の関係は、選好の凸性と局所非飽和の条件（横山においては単調性の条件）によって成立することは一様性でも連続性でも同じである。

- 26) なお以下の議論、定義は McKenzie (1956-57), 西村 (1979) に負う。ただしそこでは最小支出元の集合  $m_x$  については定義されていないので、それだけ補った。
- 27) その証明については西村 (1979) 参照。予算集合と  $R(x)$  の共通部分が有界で閉であること、およびその上で連続関数が極値をもつことから知られる。選好が閉じているならば、正の価格に対して  $M_x(p)$  は実現される。
- 28) 以下の議論は、Debreu (1959) に負う。なお以下の  $P^{-1}(x)$  は  $x$  よりも低く好まれる元の集合を表わす。
- 29) Arrow and Hahn (1972), Chap4 の証明にしたがうならば以下のようになる。

$p \cdot x' \leq p \cdot x^*$  となるような任意の  $x' \in X$  を考える。  $p \cdot x^m < p \cdot x^*$  なる  $x^m$  と  $x'$  を結ぶ線分上の点を考える。それを、

$$x(a) = (1-a)x' + ax^m$$

とすれば、  $0 \leq a \leq 1$  について、

$$p \cdot x(a) = (1-a)p \cdot x' + ap \cdot x^m < p \cdot x^*$$



となる。もし  $x(a) \geq x^*$  であれば仮定から  $p \cdot x^* \leq p \cdot x(a)$  とならざるをえないから  $x^* > x(a)$  でなくてはならず、ゆえに  $x(a) \in R^{-1}(x^*)$  である。ところで  $R^{-1}(x^*)$  は閉集合であったのだから (下方連続性), それは  $\lim_{a \rightarrow 0} x(a) = x^*$  を含んでいる。したがって  $p \cdot x^* \leq p \cdot x^*$  を満たす任意の  $x^*$  に対して  $x^* \geq x^*$  となる。

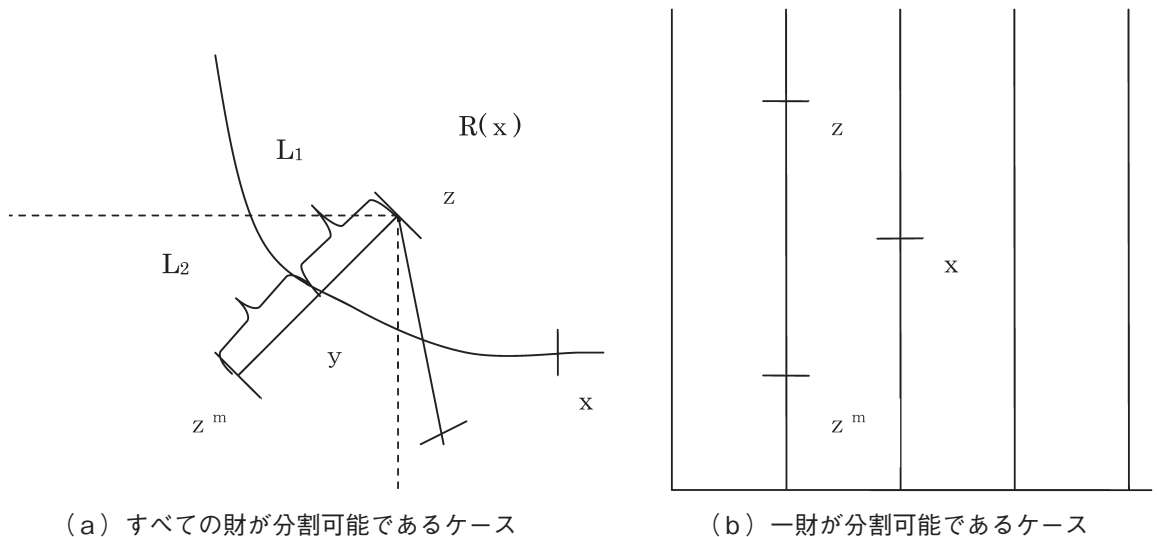
- 30) Debreu (1959), p.68, (邦訳 116 ページ) は,  $m_x(p) \subset f_x(p)$  の証明のために連続性の条件を仮定している。しかしかりに選択対象が連続であっても一様性の条件が満たされればよいのである。ただし minimum wealth condition については横山は考慮していない。

## 参考文献

- 金子守 (2003) 『ゲーム理論と蒟蒻問答』 日本評論社。
- 西村和雄 (1979) 「消費者需要理論」『経済と経済学』 (東京都立大学), vol.43。
- 横山保 (1951) 「消費者需要の一般理論」『季刊理論経済学』第2巻, 第3号。
- 横山保 (1952) 「需要の一般法則」『大阪大学経済学』第2巻, 第1号, 9月。
- 横山保 (1953,a) 「選択理論の論理的基礎」『国民経済雑誌』第87巻, 第2号, 2月。
- 横山保 (1953,b) 「選択理論に於ける一様性の条件と連続性の条件」『大阪大学経済学』第3巻, 第2号, 11月。
- 横山保 (1956) 「選択尺度の連続性の条件」『大阪大学経済学』第5巻, 第34号。
- 横山保 (1959) 『需要理論の研究』 (有斐閣)。
- Arrow, K. J., and Hahn, F. H. (1971), *General Competitive Analysis*, Holden-Day, San Francisco (アロー・ハーン『一般均衡分析』 (1976) 福岡正夫, 川又邦雄訳, 岩波書店)。
- Barten, A. P., and Böhm, V. (1982), Consumer Theory, in Arrow, K. J and Intrigator, M. D (ed) *Handbook of Mathematical Economics*, North Holland.
- Debreu, G. (1959), Theory of Value, Yale University Press (『価値の理論』 (1977), 丸山徹訳, 東洋経済新報社)。
- Hicks, J. (1956), *A Revision of Demand Theory*, Oxford University Press (『需要理論』 (1958), 早坂忠, 村上泰亮訳, 岩波書店)。
- Hildenbrand, W. (1974), *Core and Equilibria of a Large Economy*, Princeton University Press.
- Katzner, D. (1970), *Static Demand Theory*, New York, Macmillan.
- Marschak, J. (1950), "Rational Behavior, Uncertain Prospects, and Measurable Utility," *Econometrica*, 18, pp.111-161.
- Mas-Colell, A, Whinston, M. D and Green, J. R. (1995), *Microeconomic Theory*, Oxford University Press.
- Mckenzie, L. (1956-57), "Demand Theory without a Utility Index," *Review of Economic Studies*, vol.24, pp.185-189.
- Samuelson, P. (1953), "Consumption Theorems in Terms of Overcompensation rather than Indifference Comparisons," *Economica*, New Series, Vol. XX, No. 77, February, pp. 1-9.
- Varian, H.R. (1984), *Microeconomic Analysis*, Second Edition, W.W. Norton & Company, (『ミクロ経済分析』 (1986), 佐藤隆三, 三野和雄訳, 勁草書房)。
- Yokoyama, T. (1953), "A Logical Foundation of the Theory of Consumer's Demand," *Osaka Economic Papers*, vol. II, March, Number 1.
- Yokoyama, T. (1954), "On Uniformity and Continuity Conditions in the Theory of Consumer's Choice", *Osaka Economic Papers*, vol. III, December, Number 1.
- Yokoyama, T. (1956), "Continuity Conditions of Preference Ordering." *Osaka Economic Papers*, vol. IV, February, Number 3.

◎【凶表】

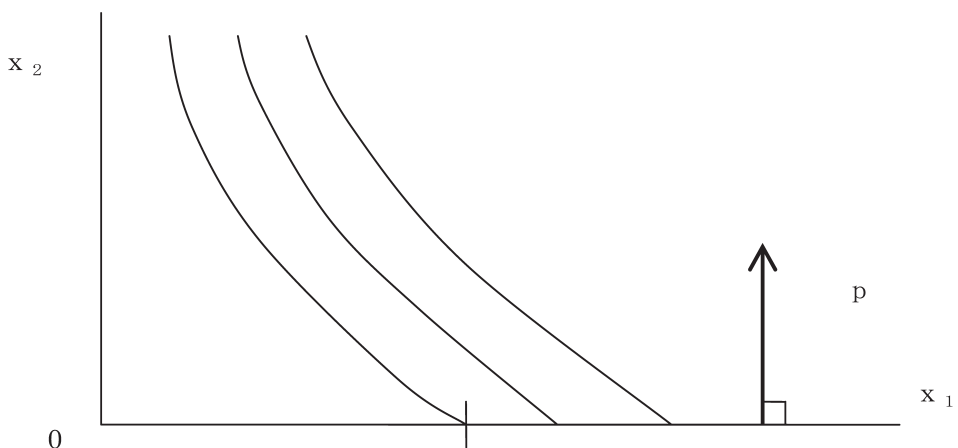
【補注1】連続性について



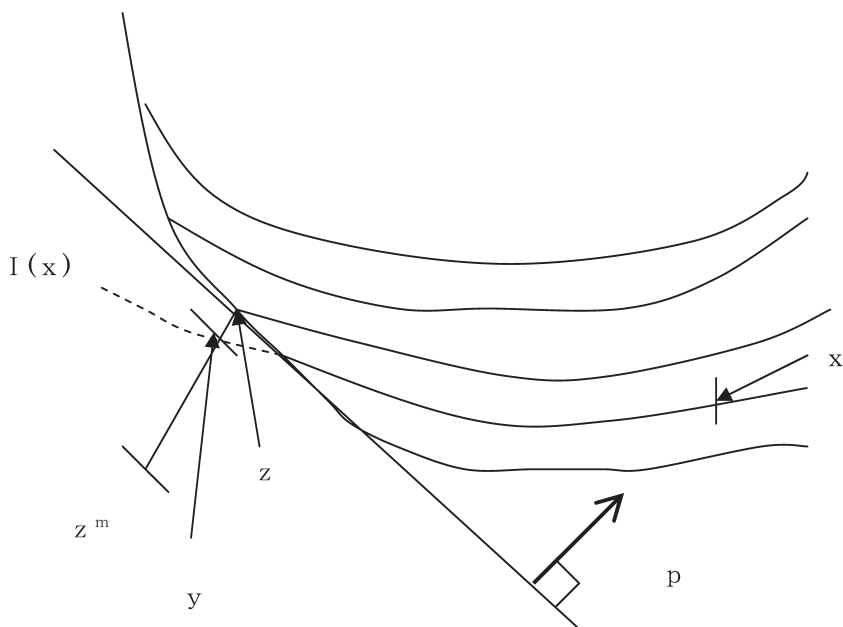
(a) はすべての財が分割可能である場合の連続性についての図解であり、(b) は一財だけが分割可能である場合についてのそれである (なおこの (b) 図については Hicks (1956), pp. 41 (邦訳, 55 ページ) を参照した。なおヒックスは分割可能な財として貨幣をあげている)。消費集合が連続で選好が連続であるならば、 $z \succ x \succ z^m$  が成立する場合、 $z$   $z^m$  の間に  $x$  と無差別な元が存在する。これは選好について適当な前提が満たされれば、少なくとも一財について可分な財が存在するならば成立する。

【補注2】 minimum wealth condition の図と説明

①ある価格が0の場合



## ②すべての価格が正の場合（消費集合が変則的なケース）



minimum wealth condition について述べておこう。図②で説明する。この条件が成立しない場合、支出最小点が選好の最大点になるとは限らない事態が生じ得る。かりに予算線の下に少なくとも一つ選択対象が存在しているならば、このようなことは生じない。なぜならこの条件が満たされるならば、価格  $p$  で評価して  $z$  よりも安くかつ  $x$  と無差別な点が予算線の下に存在することとなる。したがってそれが費用最小の点となり、 $z$  は最小費用のもとでの最大点とはならないからである。

また  $z$  と  $x$  との間に強い選好関係が存在する場合、最小支出点が価格変化前の補償需要点  $x$  と無差別にはならない。したがって価格変化後の支出最小点が  $x$  と無差別になるためには  $z$  に対して、いわば下から選好関係に対して制約を課するような条件が必要となる。

なお①のケースは消費集合が通常の場合であり、このような場合では 0 の価格が存在するならばこの条件が成立しない場合が生じる。それに対して②のケースは消費集合そのものが変則的な場合であり、このような場合には価格がすべて正であっても条件が成立しない場合が生じる（なおこの②図は西村（1979）を参照した）。それこそが選好が下方に連続であるという条件なのである。②図でいうならば横山は  $z$  が内点であることを暗黙のうちに仮定し価格はすべて正であると仮定していたので、この条件については論じていない。横山からすれば、そのようなケースはトリヴィアルなものに思われたのかもしれない。

（2004 年 11 月 15 日受付）