

エントリーと最適価格政策

前 野 富 士 生

序

企業の行動目標と考えられてきた理論としては、利潤極大、売上高極大、市場占拠率の拡大化行動、さらに最近では、エントリーを考慮した企業の利潤極大化行動の理論を展開した Harrod, R. F, Pyatt. G 等をあげることができる¹⁾。そのひとつとして、利潤の流れの現在価値の極大化を取り扱った Gaskin の分析がある²⁾。

本稿の目的は彼の分析の検討および、基本モデルの発展を試みるにある。従って議論展開の方法として、まず彼のモデルを分析し、そのあとで、基本モデルの発展を試みるという順序になる。

I

まず、基本的な仮定として、支配的企業あるいは、協調的寡占企業のグループと、それに対する競争的周辺企業 competitive fringe の存在する産業を想定する。さらに、エントリーは現行生産物価格のみの関数と仮定する³⁾。支配的企業は上述の仮定のもとで最適価格戦略としての利潤の現在価値の極大化をおこなう。

1) Harrod [3], Pyatt [5] 参照

2) Gaskin [2]

3) ある産業に参入あるいは退出する企業の度合は、その産業の利潤水準に依存するという Mansfield [4] の仮定をも考慮している。

式で示せば

$$V = \int_0^{\infty} [p(t) - c] q(p(t), t) e^{-\lambda t} dt \quad (1)$$

$$q(p(t), t) = f(p(t)) - x(t) \quad (2)$$

記号の説明は

V = 利潤の流れの現在価値 p = 生産物価格 c = 支配的企業の平均費用
 $q(p(t), t)$ = 支配的企業の生産物 (= residual demand curve) λ = 支配的企業の割引率 $f(p)$ = 市場需要曲線 $x(t)$ = 競争的周辺企業の販売水準

(2) 式はエントリーがあれば、支配的企業の需要曲線がシフトさせられることを示す。

周辺の競争企業のエントリーの割合を $[\dot{x}(t)]$ とし、 $\dot{x}(t)$ は現行価格の非減少関数で線形であるとすれば

$$\dot{x}(t) = k(p(t) - \bar{p}) \quad x(0) = x^0 \quad \bar{p} \geq c \quad (3)$$

\bar{p} = 臨界価格⁴⁾ k = 反応係数 ≥ 0 x^0 = 競争的周辺企業の初期生産物
 $f(p)$ は右下りで、価格に関して 2 回微分可能とする。(1), (2) 式より

$$V = \int_0^{\infty} [p(t) - c] [f(p) - x(t)] e^{-\lambda t} dt \quad (4)$$

(4) を (3) の制約条件の下で極大化するために、ポントリャーギンの最大値原理を適応してハミルトン関数を作れば⁵⁾

$$H = (p(t) - c)(f(p) - x(t))e^{-\lambda t} + z(t)k(p(t) - \bar{p}) \quad (5)$$

制御理論において $x(t)$ は状態変数、 $p(t)$ は制御変数である。

(5) 式の $z(t)$ は、ラグランジュ乗数に類似するもので、経済的な意味は、競争的企業の販売水準の変化に対する利潤の流れの現在価値の変化を

4) 潜在的企業の平均費用に等しいと想定されるので、エントリーがゼロである価格として定義される。従って $p \geq c$ は支配的企業のコスト・アドバンテージが存在することを示す。

5) ポントリャーギン他 [6], K. T. Arrow and M. Kurz [1]

示すもので $\frac{\partial V}{\partial x} < 0$ と解釈される。

V を (3) の制約条件の下で極大化するための必要条件は

$$(i) \quad \dot{x}^*(t) = k(p^*(t) - \bar{p}), \quad x^*(0) = x^0$$

$$(ii) \quad \dot{z}^*(t) = -\frac{\partial H}{\partial x}(x^*(t), z^*(t), p^*(t), t); \\ = (p^*(t) - c)e^{-\lambda t}, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} z^*(t) = 0$$

(terminal condition)

$$(iii) \quad H(x^*(t), z^*(t), p^*(t), t) = \sup_{p(t)} H(x^*(t), z^*(t), t; p(t))$$

Superscript * は最適軌道上での諸変数を示す。

(iii) は

$$\frac{\partial H}{\partial p(t)} = \{(f(p) - x(t)) + f_p(p(t) - c)\}e^{-\lambda t} + zk = 0$$

$$f_p = \frac{\partial f}{\partial p}$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial p^2} = 2f_p(p) + (p - c)f_{pp}(p) < 0 \quad (6)^6$$

p と x にして、 $H(x(t), z(t), p(t), t)$ にかんする 2 階の条件は

$$d^2H < 0$$

であることより H は Concave であるから最適経路の存在の十分条件をみたす⁷⁾。

6) 利潤関数がスムーズな concave, すなわち

$$\frac{\partial^2 \{(p(t) - c)(f(p) - x(t))\}}{\partial p^2} < 0 \text{ を仮定する。従って (6) 式は常に}$$

成立している。

7) Arrow, K. T. 他 [1] pp. 43~45

必要条件より二つの連立常微分方程式を得る。

$$\dot{x}^* = k(p^*(t) - \bar{p}) \quad x^*(0) = x^0 \quad (7)$$

$$\dot{z}^* = (p^*(t) - c)e^{-\lambda t}, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} z^*(t) = 0 \quad (8)$$

$\frac{\partial H}{\partial p} = 0$ の式より

$$z^*(t) = \frac{\{x^* - f(p^*) - (p^* - c)f_p(p^*)\}e^{-\lambda t}}{k} \quad (9)$$

(7), (8), (9) 式より $z(t)$ を消去して $\dot{x}(t), \dot{p}(t)$ にかんする連立微分方程式をつくれば

$$\dot{x}(t) = k(p(t) - \bar{p}), \quad x(0) = x^0 \quad (10)$$

$$\dot{p} = \frac{k(\bar{p} - c) + \lambda[x - f(p) - (p - c)f_p(p)]}{-2f_p(p) - (p - c)f_{pp}(p)} \quad (11)^8$$

(11) 式の分子をゼロにおいて p で偏微分すると

$$\frac{\partial x}{\partial p} = 2f_p(p) + f_{pp}(p)(p - c) < 0$$

より $\dot{p} = 0$ のグラフは右下りとなる。 $p-x$ 平面での位相図 (Fig. I) は、 $\dot{p} = \dot{x} = 0$ の軌跡を示している。この軌跡の交点 (\hat{x}_1, \hat{p}) は鞍点である。均衡点 (\hat{x}_1, \hat{p}) に達するすべての経路は、 $t \rightarrow \infty$ のとき、 $z^*(t) = 0$ のターミナル・コンディションをみたしている。関数 $\dot{x}(x, p)$ と $\dot{p}(x, p)$ は、 $p-x$ 平面図で、2 回微分可能 ($2f_p(p) + (p - c)f_{pp}(p) < 0$) より、リプシッツ解の一意性の条件を満足するから、均衡点 (\hat{x}_1, \hat{p}) に終結する軌道 α, β のみ

8) (9) 式を t で微分して

$$\frac{dz^*}{dt} = \frac{1}{k} \{(\dot{x}^* - f_p p^* - \bar{p}^* f_p - (p^* - c)f_{pp} p^*)e^{-\lambda t} - \lambda(x^* - f - (p^* - c)f_p)e^{-\lambda t}\}$$

(8) 式とこの式の両辺に k をかけて整理すると

$$p^*(-2f' - (p^* - c)) = k(p^* - c) + \lambda(x^* - f - (p^* - c)f_p) - \dot{x}^*$$

(7) 式の $k p^* - \dot{x}^* = k \bar{p}$ を考慮すると (11) 式をえる。

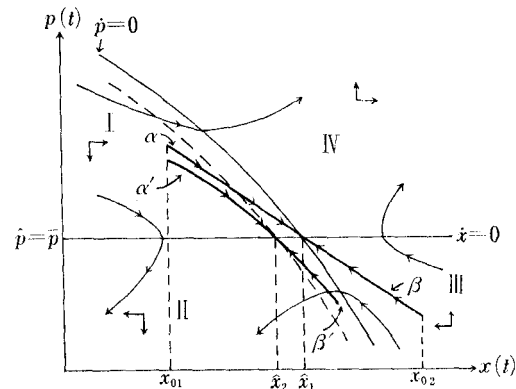


Fig. I

が存在する。他の I, III 範囲の諸軌道は II あるいは IV 範囲には入っていく。従って、最適価格戦略は、競争の周辺企業の初期生産物によって、 α, β のいずれかの軌道にそってなされる。

$x_0 < \hat{x}_1$ では、支配的企業は、 \bar{p} に向かって価格を低下させることによって、現在価値を極大化するであろう。この時の価格政策はエントリーを誘引し、支配的企業のマーケットシェアを連続的に消滅させる。

逆に、 $x_0 > \hat{x}_1$ では、最適価格戦略は、 \bar{p} 以下に価格をつけて、競争企業を連続的に市場から追い出すことによって、支配的企業の現在価値の極大化を行う。

この最適径路上でのすべての点で、最適価格水準は、短期利潤極大化の価格以下になることを示す。最適径路に沿った利潤関数は、

$$\pi(p) = (p(t) - c)(f(p) - x^*(t)) \quad (12)$$

(12)の極大条件は

$$\frac{\partial \pi}{\partial p_m} = f_p(p_m)(p_m(t) - c) + f(p_m) - x^*(t) = 0 \quad (13)$$

p_m は短期利潤極大価格を示す。

最適径路上での最適価格水準は、ハミルトニアンの極大化であるから、

$$\frac{\partial H}{\partial p} = -z(t) = \frac{(f_p(p^*)(p^* - c) + f(p^*) - x^*(t))e^{-\lambda t}}{k} \quad (14)$$

$z(t) < 0$ であるから、(14)式の右辺は正となる。

利潤関数は前の仮定で

$$\frac{\partial^2 \pi(p)}{\partial^2 p_m} < 0$$

従って、 $p_m > p^*$ のとき(13, (14)式はみたされる。(Fig. II 参照)

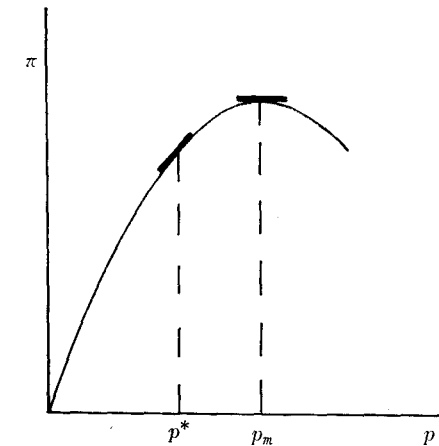


Fig. II

II

次に最適軌上でのパラメーター $k, c, \bar{p}, \lambda, x_0$ の変化が競争企業生産物の均衡水準 \hat{x}_1 及び均衡マーケットシェア $s_1^{(9)}$ に与える効果（最適軌道上で

9) $s = \frac{f(p) - x}{f(p)}$ で定義され、 $p(t), x(t)$ がそれぞれ \bar{p}, \hat{x} に収束するとき $s \rightarrow s$ となる。

の比較静学と動学)を示す。

方程式 (10), (11), をゼロとおいて

$$\dot{x}_1 = (\bar{p} - c)f_p(\bar{p}) + f(\bar{p}) - \frac{k(\bar{p} - c)}{\lambda} \quad (15)$$

均衡マーケットシェアは

$$\bar{s} = \frac{f(\bar{p}) - \dot{x}_1}{f(\bar{p})} = \frac{k(\bar{p} - c)/\lambda - f_p(p)(\bar{p} - c)}{f(\bar{p})} \quad (16)$$

(15)より

$$\frac{d\dot{x}_1}{d\bar{p}} = 2f_p(\bar{p}) + (\bar{p} - c)f_{pp}(\bar{p}) - \frac{k}{r} < 0 \quad (17)$$

支配的企業にとってコスト・アドヴァンティジがない ($\bar{p} = c$) 時は (15) 式より $\dot{x}_1 = f(\bar{p})$ となって、支配的企業は完全にこの市場から排斥される¹⁰⁾。

(16) 式より均衡マーケットシェア \bar{s} はゼロになる。 k の変化は

$$\frac{d\dot{x}_1}{dk} = \frac{-\bar{p}}{r} \leq 0 \longrightarrow \frac{d\bar{s}}{dk} = \frac{1}{f(\bar{p})} \left(\frac{\bar{p}}{r} \right) \geq 0 \quad (18)$$

より、反応係数 k が大きくなればマーケットシェアも大きくなる、以上は比較静学である。

次に均衡点 (\bar{p}, \dot{x}_1) 以外の最適径路上でのモデルのパラメーターの変化の効果を考える。(比較動学)

ここでのモデルは、 $f(p)$ という一般形を含んでいるので、すべての最適径路をエクスプリシットな形であらわすのは困難であるので、価格反応係数 k の増加を、Fig I によって説明すれば、新しい均衡点 (\bar{p}, \dot{x}_2) を得る。

また、 $x-p$ 平面での諸軌道の傾き $M(p, x)$ を求めると

$$M = \frac{dp}{dx} = \frac{\dot{p}}{\dot{x}} = \frac{k(\bar{p} - c) + \lambda(x - f(p)) - f_p(p)(p - c)}{k(p - \bar{p})(-2f_p(p) - f_{pp}(p - c))} \quad (19)$$

10) Pyatt [5], 拙稿 [7] 参照

$$\frac{dM}{dk} = \frac{-\lambda\{(x - f(p)) - f_p(p - c)\}}{k^2(p - \bar{p})(-2f_p(p) - f_{pp}(p - c))} \quad (20)$$

(20) 式の分子 $-\lambda\{(x - f(p)) - f_p(p - c)\} > 0$ (\because (9) 式より $z(t) < 0$)
 $(-2f_p(p) - f_{pp}(p - c)) > 0$ より

$$\text{sgn} \frac{dG}{dk} = \text{sgn}(p - \bar{p}) \quad (21)$$

Fig. I の範囲 I では $p > \bar{p}$ であるから、 k が増加するにつれて、傾きは増加するから、新しい最適径路 α' は α より下方にくる。範囲 III では、 $p < \bar{p}$ より、新しい最適径路 β' となる。Fig. I から明らかなように $x-p$ 平面での最適軌道は k の増加につれて下方に移動する。

ところで、最適価格の軌道の初期点は低められるが、 p^* のすべての時間的径路が低められることは確められない。かりに $\frac{dM}{dk} > 0$ の時 $\frac{dp^*}{dk} < 0$ となれば、 k 以外のパラメーターについても同様に推論できるから、範囲 I では

$$\frac{dM}{d\lambda} = \frac{x - f(p) - f_p(p - c)}{k(p - \bar{p})(-2f_p(p) - f_{pp}(p - c))} < 0 \quad \text{より} \quad \frac{dp^*}{d\lambda} > 0 \quad (22)$$

同様に

$$\frac{dM}{dc} < 0 \quad \text{であるから} \quad \frac{dp^*}{dc} > 0 \quad (23)$$

また Fig. I より明らかに

$$\frac{dp^*}{dx^0} < 0 \quad (24)$$

周辺の競争企業の初期生産物 x^0 の変化は、最適径路の出発点にのみ影響を与えるので、(24) 式はすべての時間的径路 p^* について成立している。

さらに

$$\frac{\partial M}{\partial \bar{p}} > 0 \quad \text{であれば} \quad \frac{dp^*}{d\bar{p}} < 0 \quad (25)$$

(25)の意味は、たとえば、免許制をなくして参入障壁を引くめる政策をとった場合 (\bar{p} をひくめること) は p^* を高め、支配的企業の利潤を増大させることになるという、アイロニックな結果となる。さらに、コスト・アドヴァンティジが増加すれば、(17)式より、支配的企業の長期のマーケットシェアが増大する。

III

人口の増大と所得の増加等によって、生産物市場は常に成長しているという仮定のもとで、支配的企業の生産物は(2)式のかわりに、

$$q(p(t), t) = f(p(t))e^{\nu t} - x(t) \quad (26)^{(11)}$$

ν = 市場の成長率

恒常的に可処分所得が成長すると市場需要も増加し、エントリーの反応係数も大きくなると仮定できるから、

$$k(t) = k_0 e^{\nu t} \quad (27)$$

この成長モデルのもとで、支配的企業の利潤の流れの現在価値の極大化をこころみる。

$$V = \int_0^{\infty} (p(t) - c)(f(p)e^{\nu t} - x(t))e^{-\lambda t} dt \quad \nu < \lambda \quad (28)$$

制約条件

$$\dot{x} = k_0 e^{\nu t} (p(t) - \bar{p}) \quad x(0) = x^0 \quad (29)$$

- 11) 特殊な生産物市場での生産物の循環的成長でなく、可処分所得の恒常的な成長のもとでは(26)式が成立していると考えられる。特に価格が所 t で価格弾力性 η_p が一定のケースではそうである。

$$\begin{aligned} \left(\eta_p = - \frac{\partial f(p)}{\partial p} \frac{p}{f(p)} = -f_p e^{\nu t} \frac{p}{f(p)e^{\nu t}} \right. \\ \left. = - \frac{f'(p)}{f(p)} p \text{ で価格一定の時 } \eta_p \text{ は一定} \right) \end{aligned}$$

V の極大化の必要条件は連立微分方程式によって示される。

$$\dot{x}^* = k_0 e^{\nu t} (p^* - \bar{p}) \quad x(0) = x^0 \quad (30)$$

$$\dot{z}^* = (p^* - c)e^{-\lambda t}, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} z^*(t) = 0 \quad (31)$$

$$H = (p(t) - c)(f e^{\nu t} - x(t))e^{-\lambda t} + z(t)k_0 e^{\nu t} (p - \bar{p})$$

p で偏微分して整理すると

$$z^*(t) = (x^* e^{-\nu t} - f(p^*) - (p^* - c)f_p(p^*)) / k_0 \quad (32)$$

微分方程式のこの体系は、 $w(t) = x e^{-\nu t(12)}$ とすることによって自立形にし、 $z(t)$ を消去して整理すれば

$$\dot{w}(t) = k_0(p - \bar{p}) - \nu w(t) \quad (33)$$

(32)式を t で微分し、(30)、(31)を考慮して整理すれば

$$\dot{p} = \frac{k_0(\bar{p} - c) - \lambda(f(p) - w(t) + f_p(p)(p(t) - c)) + \nu w(t)}{-2f_p(p) - f_{pp}(p(t) - c)} \quad (34)^{(13)}$$

市場が成長しているモデルでは、問題とされる均衡な最適価格 \hat{p} は必ず \bar{p} より大きい。なぜなら、 $x-p$ 平面にかわって、 $w-p$ 平面で、 $\dot{w}=0$ のグラフは、(33)式より、

$$w = \frac{k_0(p - \bar{p})}{r}, \quad \frac{dw}{dp} = \frac{k_0}{r} > 0$$

で右上りとなり、 $\dot{p}=0$ の交点は明らかに $\hat{p} > \bar{p}$ となる。(Fig. III 参照)¹⁴⁾

このモデルでの支配的企業のマーケットシェア $s(t)$ は

- 12) 式からも明らかにように $w(t)$ は参入企業の販売水準を ν で割引いたもの。

$$\begin{aligned} 13) \quad \frac{dz}{dt} &= \frac{1}{k_0} \{ \dot{x} e^{-\nu t} - \nu e^{-\nu t} x - f_p \dot{p} - (\dot{p} f_p(p) + (p(t) - c) f_{pp} \dot{p}) \} \\ &\quad - \frac{1}{k_0} \lambda e^{-\lambda t} (x e^{-\nu t} - f(p) - (p - c) f_p(p)) \quad (30) \text{ 式を考慮して} \\ &\quad p(-2f_p - f_{pp}(p - c)) = k_0(p - c) + \lambda(x e^{-\nu t} - f(p) - (p - c) f_p(p)) \\ &\quad - \dot{x} e^{-\nu t} + \nu e^{-\nu t} x \text{ これと (30) 式を考慮すれば (34) をえる。} \end{aligned}$$

- 14) 企業家が経済的に問題とする最適価格経路は Fig. III の 1, および 2 である。

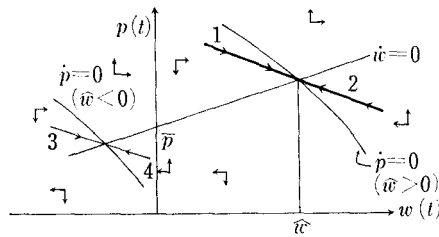


Fig. III

$$s(t) = \frac{f(p)e^{\nu t} - w(t)e^{\nu t}}{f(p)e^{\nu t}} \quad (35)$$

$p(t), w(t)$ がその均衡水準 \hat{p}, \hat{w} に近づくにつれて、支配的企業のマーケットシェアも、均衡マーケットシェア

$$\hat{s} = 1 - \frac{\hat{w}}{\hat{p}}$$

で、基本モデルで示したとどうよう、コンスタントとなる。

均衡値 \hat{w}, \hat{p} を知るために方程式(33), (34)式をゼロとおくと、次の連立方程式をうる。

$$\nu \hat{w} = k_0(\hat{p} - \bar{p}) \quad (36)$$

$$(\nu + \lambda)\hat{w} = \lambda(f(\hat{p}) + f_p(\hat{p})(\hat{p} - c)) - k_0(\bar{p} - c) \quad (37)$$

(37)を変形すると

$$\left(\frac{\nu}{\lambda} + 1\right)\hat{w} = f(\hat{p}) + f_p(\hat{p})(\hat{p} - c) - \frac{k_0(\bar{p} - c)}{\lambda} \quad (37)'$$

$\bar{p} > c$ のときは自明であり、 $\bar{p} = c$ の時も $\hat{w} < f(\hat{p})$ となる¹⁵⁾。

これより、I の基本モデルで示したのは違って、支配的企業は、市場を追い出されない。そして、均衡価格での需要曲線の極率 $f_{pp}(\hat{p})$ が無視できる程小さいなら、成長率 ν の増大は \hat{s} を増加させる¹⁶⁾。

15) (37)' の右辺の第二項 $f_p(\hat{p} - c) < 0$, $-\frac{k_0(\bar{p} - c)}{\lambda} \leq 0$ より

16) Gaskin [2] p. 322 の注 16 参照

IV

以上、Gaskin モデルの分析より、いくつかの興味ある結果を得たので、まとめるといういみで、彼のモデルの検討と評価を行う。

i; 基本モデルでは、マスト・アドヴァンティジがなければ ($\bar{p} = c$)、支配的企業は市場で活動できなくなるが [(15)式]、成長している市場を考慮したモデルでは、コスト・アドヴァンティジがなくても市場で活動可能であり [(37), (37)'式]、 ν が成長すれば (市場の成長) \hat{s} も増加することが示された。

ii; 最適径路上での価格は常に利潤極大値よりも低いことが証明された。

iii; 最適軌道上での比較動学で、 p^* のすべての時間的径路が低められることは確かめられないとしながらもかりに、 $\frac{dM}{dk} > 0$ の時 $\frac{dp^*}{dk} < 0$ となればとして、他のパラメーターの変化も同様にしてみ取りあつかっているのは、理論的に不備といわねばならない。

この点にかんして、均衡点でのパラメーターの変化に対する p^* の変化のみを考えるなら、(11)式をゼロとおいて

$$\lambda(x(t) - f(p^*) + cf_p(p^*)) + k(\bar{p} - c) = f_p \lambda p^*$$

両辺を λ で微分すると、

$$(x(t) - f(p^*) + cf_p(p^*)) + \lambda \left(-f_p \frac{dp^*}{d\lambda} + cf_{pp} \frac{dp^*}{d\lambda} \right)$$

$$= f_p p^* + \frac{dp^*}{d\lambda} \lambda f(p^*) + \lambda p^* f_{pp} \frac{dp^*}{d\lambda}$$

$$\therefore \frac{dp^*}{d\lambda} = \frac{x(t) - f(p^*) - (p^* - c)f_p}{2f_p \lambda} < 0$$

エントリーと最適価格政策

109

$f_{pp} \doteq 0$ と仮定する。

同様に上式を c で微分すれば

$$-k + \lambda \left(-f_p \frac{dp^*}{dc} + cf_{pp} \frac{dp^*}{dc} \right) = \frac{dp^*}{dc} \lambda f_p + p^* \lambda f_{pp} \frac{dp^*}{dc}$$

$f_{pp} \doteq 0$ と仮定する。

$$\therefore \frac{dp^*}{dc} = \frac{-k}{2\lambda f_p} > 0$$

とすれば (22), (23) 式と同じ結果がえられる。こうして導出された均衡点での結果と、初期点での結果を考慮して p^* の全体としての動きを推論する方がよりベターであろう。

iv; たとえば、政策当局が、市場を流動的にして参入を容易にするために、 k を大きくするような政策をおこなうと、(18)式が示すように、逆に、周辺企業は追い出され支配的企業の均衡マーケットシェアは増大するという、アイロニックな結果となる。このような結果になるのは、支配的企業と、周辺の競争企業の費用条件に格差がある場合、流動的になれば、競争が激化して、周辺企業は不利なると考えられる。さらに、政策当局がエントリーの障壁を低めようとして（障壁価格を低める）重要なパテントの免許制をなくすなどの施策¹⁷⁾、すなわち \bar{p} を低下させる政策は (25) 式より、ぎゃくに短期市場価格は高まるという、アイロニックな結果になる。しかし、これまでの分析では、直接とりあつかわなかったが、Gaskin は、長期成長モデルでの比較静学と動学において、 $\frac{ds}{d\bar{p}} > 0$, $1 > \frac{d\hat{p}}{d\bar{p}} > 0$ より、それぞれ均衡マーケットシェアと均衡価格は低下するという結論を導出している¹⁸⁾。

以上より、Gaskin モデルに従うと、政策当局がおこなう政策とは逆の

17) パテントに支払う費用の低下により、周辺の企業の平均費用は低下するという意図でなされる。

18) Gaskin [2] p. 318

110

阪南論集 第11巻第6号

結果が示される。これは寡占市場の特異性からくる結果といってもよいであろう。

V

I では Gaskin の基本モデルを分析したが、我々は最後に基本モデルの発展の一試論というかたちでモデルを展開する。記号は基本モデルで用いたのに従う。

Gaskin のモデルでは支配的企業の平均費用 c をコンスタンと仮定されていたが、我々のモデルでは、新しく広告費を導入し、しかも平均広告費は時間 t の関数とし、市場の需要関数は線形であると仮定する。

以上の仮定のもとで、企業は利潤の流れの現在価値の極大化を目標とする。

$$V = \int_0^{\infty} (p(t) - A(t))(n p(t) + m + A(t) - x(t)) e^{-\lambda t} dt \quad (1)'$$

$A(t) = a(t) + c$ n は負の定数 m は正の定数

$a(t)$ は単位当り広告費

制約条件は

$$\dot{x}(t) = k(p(t) - \bar{p} + \bar{A} - A(t)) \quad x(0) = x^0 \quad (2)' \quad 19)$$

$$\bar{A} = \bar{a} + c$$

\bar{a} は支配的企業の平均的広告費

ハミルトン関数は

$$H = \{(p(t) - A(t))(n p(t) + m + A(t) - x(t)) e^{-\lambda t} + z(t) k(p(t) - \bar{p} + \bar{A} - A(t)) \quad (3)'$$

19) $\bar{A} > A(t)$ であれば参入があり、 $\bar{A} < A(t)$ であればエントリーは減少する。

$x(t)$ が状態変数, $p(t)$, $A(t)$ が制御変数である。

V を (2)' の制約条件のもとで極大化するための必要条件は

$$(i) \quad \dot{x}^*(t) = k(p^*(t) - \bar{p} + \bar{A} - A^*(t)) \quad x(0) = x^0$$

$$(ii) \quad \dot{z}^*(t) = -\frac{\partial H}{\partial x}(x^*(t), z^*(t), p^*(t), A^*(t), t);$$

$$= (p^*(t) - A^*(t))e^{-\lambda t}, \lim_{t \rightarrow \infty} z^*(t) = 0$$

$$(iii) \quad H(x^*(t), z^*(t), p^*(t), A^*(t), t)$$

$$= \sup_{p(t), A(t)} H(x^*(t), z^*(t), t; p(t), A(t))$$

superscript* は最適軌道上での諸変数を示す。

(iii) は

$$\frac{\partial H}{\partial p} = (n p(t) + m + A(t) - x(t))e^{-\lambda t} + (p(t) - A(t))n e^{-\lambda t} + z k$$

$$= e^{-\lambda t}(2n p + m + (1-n)A(t) - x(t)) + z k^{20)}$$

$$\frac{\partial H}{\partial A} = -(n p(t) + m + A(t) - x(t))e^{-\lambda t} + (p(t) - A(t))e^{-\lambda t}$$

$$- z(t)k = e^{-\lambda t}((1-a)p(t) - m - 2A(t) + x(t)) - z k^{21)}$$

より, それぞれ $z(t)$ を求めると,

$$z(t) = \frac{1}{k} e^{-\lambda t}(-2n p(t) - m - (1-n)A(t) + x(t)) \quad (4)'$$

$$z(t) = \frac{1}{k} e^{-\lambda t}((1-n)p(t) - m - 2A(t) + x(t)) \quad (5)'$$

p と A および x にかんして, $H(x(t), z(t), p(t), A(t), t)$ にかんする 2 階の全微分は

$$20) \quad H_{pp} = -2a e^{-\lambda t} < 0$$

$$21) \quad H_{AA} = -2e^{-\lambda t} < 0$$

$$d^2 H = H_{pp} dp^2 + 2H_{pA} dp dA + 2H_{px} dp dx + H_{AA} dA^2 + H_{xx} dx^2 + 2H_{Ax} dA dx$$

$$= 2e^{-\lambda t} n dp^2 - 2e^{-\lambda t} dA^2 + 2e^{-\lambda t}(1-n) dp dA + 2e^{-\lambda t} dA dx - 2e^{-\lambda t} dp dx^{22)}$$

$d^2 H < 0$ であると仮定すれば, H は concave であるから, 最適経路の存在の十分条件をみたす。

必要条件より 2 つの連立微分方程式をえる。

$$\dot{x}^*(t) = k(p^*(t) - \bar{p} + \bar{A} - A^*(t)) \quad x^*(0) = x^0 \quad (6)'$$

$$\dot{z}^*(t) = (p^*(t) - A^*(t))e^{-\lambda t}, \quad (7)'$$

(4)' を t に関して微分し (7)' を考慮すれば

$$\begin{aligned} \frac{dz}{dt} &= -\frac{\lambda}{k} e^{-\lambda t}(-2n p(t) - m - (1-n)A(t) + x(t)) \\ &+ \frac{1}{k} e^{-\lambda t}\{-2n \dot{p} - (1-n)\dot{A}(t) + k(p(t) - \bar{p} + \bar{A} - A(t))\} \\ &= (p(t) - A(t))e^{-\lambda t} \end{aligned}$$

\dot{p} と \dot{A} にかんして整理すると,

$$2n \dot{p} + (1-n)\dot{A} = -\lambda\{-2n p(t) - m - (1-n)A(t) + x(t)\} + k(\bar{A} - \bar{p})$$

同様に, (5)' を t に関して微分し, (7)' を考慮して整理すれば,

$$(1-n)\dot{p} - 2\dot{A} = \lambda\{(1-n)p(t) - m - 2A(t) + x(t)\} + k(\bar{A} - \bar{p})$$

行列表示に示すと,

$$\begin{aligned} 22) \quad dH &= H_p dp + H_A dA + H_x dx = \{(e^{-\lambda t}(2n p + m + (1-a)A - x) + z k) dp \\ &+ \{(e^{-\lambda t}(1-n)p - m - 2A + x) - z k\} dA \\ &+ (A - p)e^{-\lambda t} dx \text{ より} \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} 1-n & -2 \\ 2n & 1-n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{p} \\ \dot{A} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda \{(1-n)p(t) - m - 2A(t) + x(t)\} + k(\bar{A} - \bar{p}) \\ \lambda \{-2np - m - (1-n)A(t) + x(t)\} + k(\bar{A} - \bar{p}) \end{pmatrix} \quad (8)'$$

これより

$$\dot{p} = \frac{-\lambda(-2np(t) - m - (1-n)A(t) + x(t)) + k(\bar{A} - \bar{p})}{n+1}$$

$$\dot{A} = \frac{\lambda(-2np(t) - m - (1-n)A(t) + x(t)) + k(\bar{A} - \bar{p})}{n+1}$$

$$\dot{x} = k(p - \bar{p} + \bar{A} - A)$$

上の式からも明らかのように p, \dot{A} は符号が異なるのみで一つの方程式となる。これより $\dot{p} = \dot{A} = \dot{x} = 0$ をみたす点は三次元空間の直線となる²³⁾。従って均衡点は無数にあると考えられる。

我々は Gaskin モデルの発展として、新しく広告費を変数として採用したモデルをこころみた。このモデルでは制御変数が2個になるので、二次元平面での位相図で示したような、最適径路を明確化することが困難である。

残された問題として、安定性の問題、比較静学と動学さらに市場の成長のもとでの、比較静学と動学といった政策的にも興味ある課題と、とりくまねばならない。

参 考 文 献

- [1] Arrow, K. J., and Kurz, M., Pubric Investment the Rate of Return, and Optimal Fiscal policy Johns Hopkins press 1970.

23) p, A, x , にかんして単純なかたちであらわすと

$$bA + dx + e = 0 \quad b, x, e, f \text{ は定数}$$

$$bp + dx + f = 0$$

- [2] Gaskin, D. W., "Dynamic Limit Pricing: Optimal Pricing Under Threat of Entry" Journal of Economic Theory 1971.
- [3] Harrod, R. F., "Increasing Returns," Monopolistic Competition Theory Essay in Honor of Edward, H. Chamberlin, 1967.
- [4] Mansfield, E., "Entry, Gibrat's Law, Innovation and the Growth of Firms," American Economic Review 1962.
- [5] Pyatt, G., "Profit Maximisation and the Threat of New Entry," The Economic Journal, Jun 1971.
- [6] ポントリャーギン, 「最適過程の数学的理論」関根智明訳, 総合図書, 昭42.
- [7] 拙稿, 不完全競争におけるエントリーの脅威, 阪南論集, 第9巻6号, 1974.