

〔研究ノート〕

生存基本, 資本, 再生産価格についてのノート

西

淳

目 次

- I はじめに
- II 生存基本について
 - 1. 議論の諸前提について
 - 2. 生存基本方程式
- III 再生産資本について
 - 1. 再生産資本方程式
 - 2. 生産価格のスミスのバージョン
 - 3. 再生産資本方程式の別バージョン
- IV 再生産価格方程式について
- V 総付加価値と総価額の式について
- VI おわりに

I はじめに

筆者は西 (2015), (2016) などにおいて, 柴田敬 (1902-1986) が提示した, 同時化された直線的生産構造における生存基本と資本, 生産価格と再生産価格との関係, などについて検討してきた。そこにおいては, 生存基本についての定式化の問題, 資本についての定式化の問題, 二つの価格 (生産価格と再生産価格) の定式化の問題, などが議論された。そして, その議論が経済体系の垂直的統合を論じたパシネッティの議論と類似していることなどもそれらで指摘された。

だが, それらの検討は基本的に二財モデル (しかも資本財生産が消費財生産から分解可能な) の枠内でなされた。したがって, 検討の結果として得られた諸式が一般性 (つまり財の数が増えても同じような関係性をもつということ) を有するのだろうか, ということは一つの問題となりうる。

本稿においては, これまで議論してきた結果をそのような意味で一般化する作業をする¹⁾。ただし, 「そのような意味で一般化する」というのは, 筆者は理論研究者ではないため, 価格や賃金率, 利潤率の関係, あるいは非負行列に関連するさまざまな問題などの関係についての数学的推論はできるかぎり行わないということである。あくまで, これまで二財で得られた諸式の形の問題の検討にとどめる。このようなことは普通なされないかもしれないが, それは筆者の非才ゆえのことである。

具体的には, 以下のように論じられる。まず, 価値-価格-資本体系の問題について議論する。それは西 (2015) において行ったのであるが, そこでは得られた結論のみが述べられており, それぞれの式がどのような推論から導かれているかについて順序立てて説明しているとはいえないところがある。よって, まず西 (2015) における議論をやり直すところから始める。

そして, それらの結果を前提として, 価格方程式についての二つの定式化の関係を一般化する。さら

に資本方程式や再生産価格方程式についてのいくつかの定式を導き出し、これまでの成果をより一般化された形で提示することとした。

最後に、物量体系も考慮して、総付加価値についての式と総価額についての等式について検討する。

なお、繰り返しとなるが、本稿はあくまでこれまで二財モデルでこれまで論じられた関係式が n 財でも同様なことが成り立つかという問題を検討するにとどめる。

Ⅱ 生存基本について

1. 議論の諸前提について

西 (2015) の議論をやり直すところから始める。先にも述べたように、そこでは自らの検討によって得られた結果のみを紹介しているにとどまり、論理的な説明の順序がうまくいっていないところがあるからである。ただし、本稿の議論との関係で前稿の議論のなかで省略できるところはそうする。なお、西 (2015) でも述べたように、以下のⅡ節1の議論はパシネッティ (Pasinetti (1973)) の議論に多くを負っていることを最初に記しておく²⁾。

諸前提から。それぞれの部門は一種類の財しか生産しないという単一生産物産業の仮定をおく。つまり、結合生産のような事態を捨象するということである。また、生産に一期の期間がかかり、賃金は前払いされるとする。

以下で用いる記号を定義しておこう。

パシネッティは一定率で消耗していく固定資本を入れているが、ここでは一期で消耗し尽し、その価値がすべて生産物に移転する流動資本のみ考慮し、固定資本は捨象する。またその他、本稿の目的に必要な限りで記号は適宜、Pasinetti (1973) とは変更する。以下、行列は大文字太字、ベクトルは小文字太字、スカラー量は小文字細字で表わすこととする。ただし、Ⅳ節において出てくる \mathbf{K} だけはベクトルである。

n 個の生産される財が存在するとする。 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)'$ はそれぞれの財の総生産量を表わす列ベクトル (なお、ここで“'”は転置を表わす)、 $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)'$ はそれぞれの財の純生産量を表わす列ベクトル、 r, w はそれぞれ、均等利潤率、貨幣賃金率を表わす (これらはいずれもスカラー)。 \mathbf{A} は a_{ij} (行列の (ij) 要素は、 j 財を一単位生産するのに必要な i 財の量を示す) をその要素にもつ資本係数の $n \times n$ 次元の正方行列で非負行列である。

$\mathbf{t} = (t_1, t_2, \dots, t_n)$ はそれぞれの財を生産するのに直接間接に必要な労働量 (価値) を要素としてもつ n 次元の行ベクトル、 $\boldsymbol{\tau} = (\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n)$ はそれぞれの財を一単位生産するのに必要な直接労働量を各要素にもつ n 次元の行ベクトル、 $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ はそれぞれの財の生産価格を表わす行ベクトルであるとする。さらに、 \mathbf{I} は $n \times n$ 次元の産出行列であり、単一生産物体系なので単位行列 ((ij) 要素は $i = j$ ならば 1、 \neq ならば 0) である。また $\mathbf{I} - \mathbf{A}$ はホーキンス・サイモンの条件を満たしているとする。

なお、それ以外に、価値基準財として何を選ぶかという問題がある。一番簡便なのは貨幣賃金率を選ぶことだが、これまでの筆者の考察においては二財モデルでは消費財を選んできたという経緯もある。だが、Ⅱ節2以降の議論においては特に定めないようにする。そうするのは、西 (2015) の議論がそうだったからである。

よって、以下、価値、価格、資本等は、貨幣賃金率や特定の財ではなくなんらかの計算単位で測られたものである。なお、例示のための出てくる二財モデルの議論においても同様である。

さて、以下の議論の前提となる価値と生産価格の問題についてみておく。

価値方程式は、

Mar. 2021

生存基本, 資本, 再生産価格についてのノート

$$t = tA + \tau \quad (1)$$

で表される。これは、財 j の価値とは、それを一単位純生産し続けるために今期に投入されなければならない、資本財の補填の生産のためと純生産物一単位を生産するための直接労働量であることを表している³⁾。

次に、生産価格について。まず、生産資本の概念についてであるが、それは一般的な形で書けば、

$$pA + w\tau$$

となる。これはいうまでもなく、各 j 財を一単位生産するのに必要な消耗資本財の費用と賃金費用との和を示している。

さて、この各要素に $h = (h_1, h_2, \dots, h_n)$ という行ベクトルの各要素を対応させて定義する。つまり、

$$h = pA + w\tau \quad (2)$$

である。このベクトルのそれぞれの要素は、第 j 財を一単位生産するのに必要な資本量である。これを以下、生産資本ベクトルと呼ぶ。

さて、生産価格の式は周知のように、

$$p = (1 + r)(pA + w\tau) \quad (3)$$

である。

ここには n 本の式に対して未知数は n 個の価格と w, r の $n + 2$ 個あるが、周知の方法で賃金率を価格の関数として表す。労働者の消費ベクトルを定義して体系を価格に関して同次の体系に書きかえよう。

労働一単位を提供することによって労働者が手に入れることのできる i 財の量が並んだ列ベクトル d を定義する。これは、実質賃金率を固定したこれまでの分析を n 次元に拡張するときに必要なものである。第 i 財の量を d_i で表わすとそれは $d = (d_1, d_2, \dots, d_n)'$ となる。このベクトルは一般的には正ベクトルにはならない。なぜならば、財のなかには労働者が購入しない財が含まれているからである。よって、これは非負ベクトルになる。

さて、これと価格ベクトルとの内積 pd は労働者が購入する財の総価額なので、これが貨幣賃金率 w と等しければ、 $w = pd$ であるから、これを (6) に代入すると、

$$p = (1 + r)(pA + w\tau) = (1 + r)p(A + d\tau) \quad (4)$$

となる⁴⁾。

このように体系は価格についての 1 次同次の体系となる。ただし w は労働者が一単位の労働提供の見返りに受け取る賃金であるため、それが消費財の総購入額と等しいということは、労働者は貯蓄せず（その余力がなく）、賃金をすべて消費財に支出すると考えていることになる。古典派、マルクス経済学の観点に立てば、この仮定は正当化されるであろう。

なお、この $A + d\tau$ は「拡大された産業間の係数行列」(Pasinetti (1977), 邦訳 150 ページ) と呼ばれるものであるが、これについては分解不能性を仮定しよう⁵⁾。そうすると、価格はすべて正となる。

以上のように考え、あとは一つの価格を価値基準にとれば $n - 1$ 個の相対価格と r について体系を解くことができるだろう。以下の議論に出てくる r は以上のようにして決まると考える。また、 w は先に定義されたものである。

2. 生存基本方程式

価値・価格体系と垂直的統合の関係については西 (2015) の I 節 2 で議論したので省略し、そこで述べた「生存基本方程式」について再論する。

「生存基本 Subsistence Fund」とは西 (2015) などでも述べたように、生産に時間がかかる経済において、経済の再生産を持続させるための生産体制を構築するため、最初の純生産物が出てくるまで労働者を養

うために支払われていなければならない賃金(あるいはそれに対応する消費財)の総額のことである。

また、それは同時に、定常的循環、つまり生産体制が整い同じことを繰り返すための前提条件が成立した状態の中で見た場合には、利子が考慮されない資本財の価値(つまり賃金費用だけで測られた価値)と今期の生産のための前払い賃金(あるいはそれに相当する消費財)の価値の総計からなるものであった。

さて、最初に各財を一単位だけ生産するために必要な前払い賃金の総額を考えておくとそれは、

$$w\tau(I - A)^{-1} = w\tau(I + A + A^2 + A^3 + \cdots) = wt$$

となる。

この式からわかることは、その額は労働価値の行ベクトル(に貨幣賃金率 w を掛けたもの)は、周知のように、 τ という直接労働の行ベクトル(に貨幣賃金率 w を掛けたもの)に、後ろからレオンティエフ逆行列 $(I - A)^{-1}$ を一回掛けることによって得られるということである。ともかくこれだけの賃金が前払いされていれば、各財を一単位生産できる⁶⁾。

次に、これから每期、一単位の財を生産する(以下、「再生産する」と呼ぶことがある)ためには、今期も入れてこれまでにどれだけの賃金が支払われていなければならないかを考える。各財をこれから每期生産していくためには今期どれだけの各財が消耗し、また労働が投下されなければならないかという、それは次のような関係になっていることがわかる。

$$\begin{array}{lll} \mathbf{A} & \text{と} & \tau\mathbf{I} \rightarrow \text{各財一単位} \\ \mathbf{A}^2 & \text{と} & \tau\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{A} \\ \mathbf{A}^3 & \text{と} & \tau\mathbf{A}^2 \rightarrow \mathbf{A}^2 \\ \mathbf{A}^4 & \text{と} & \tau\mathbf{A}^3 \rightarrow \mathbf{A}^3 \\ \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot \\ \cdot & & \cdot \end{array}$$

今期、各 j 財を一単位ずつ生産するためには \mathbf{A} の第 j 列の各 i 財と $\tau\mathbf{I}$ の第 j 番目の要素だけの直接労働量が投入されなければならないし、来期、各 j 財を一単位ずつ生産するためには \mathbf{A}^2 の第 j 列の各 i 財と $\tau\mathbf{A}$ の第 j 番目の要素だけの労働が各財の生産に投入されなければならない、以下同様となる。このように各生産段階の労働と資本財の行列とは対応している。

このことから、今期投入されなければならない直接労働は合計で、

$$\tau(I - A)^{-1} = \tau(I + A + A^2 + A^3 + \cdots) = t \quad (4)$$

となる。よって、それに対して支払われなければならない賃金の総額は wt となるであろう⁷⁾。

さて、今期に一単位の第 j 財を生産するためには、支出される直接労働が用いるさまざまな資本財の組み合わせが存在していなくてはならない。

よって、まず、 \mathbf{A} の第 j 列の各 i 財が必要となる。そしてそれらの財を生産するためには $t\mathbf{A}$ の第 j 番目の要素だけの労働が必要となる。そしてそのためには全体的に考えて、賃金は $wt\mathbf{A}$ だけ支払われている必要があろう。

しかしそのためには、一単位の第 j 財を生産するための \mathbf{A}^2 の要素をなす各資本財を生産するためには $wt\mathbf{A}^2$ だけの賃金が支払われている必要がある。以下同様である。

よって、各財一単位を再生産するために今期までに支払われていなければならない賃金額は、

$$wt(I + A + A^2 + A^3 + \cdots) = wt(I - A)^{-1} \quad (5)$$

という行ベクトルで表わされる。

Mar. 2021

生存基本, 資本, 再生産価格についてのノート

さて, このうち $t(I - A)^{-1}$ の部分を $s = (s_1, s_2, \dots, s_n)'$ という行ベクトルを定義して各要素を対応づけよう。つまり,

$$s = t(I - A)^{-1}$$

である⁸⁾。これは, 各財を一単位生産し続けるのにこれまでに投下されていなければならない労働量が並んだベクトルである。これまでの議論でわかるように, これは, τ という行ベクトルに後ろからレオンティエフ逆行列 $(I - A)^{-1}$ を二回掛けることによって得られる。

そうすると, その定義とその辺々に w を掛けることにより,

$$ws = wt(I - A)^{-1} \quad (6)$$

となるが, 両辺に後ろから $I - A$ を掛けて整理すると,

$$ws = wsA + wt \quad (7)$$

という式が得られる。これは松尾 (1994), 135 ページにおいて得られているもの ($w = 1$ としたもの) であり, 西 (2015), 181 ページにおいては「生存基本方程式」と呼ばれたものであった。(1) より t が計算でき, それを (6) に代入すると s が計算できる。

この式を得ることができれば, 簡単な拡張も容易となる⁹⁾。たとえば資本財が二つ存在し, それらが相互に投入される関係にあるような場合を考える。つまり鉄を生産するのに小麦を必要とし, 小麦を生産するのに鉄を必要とするような場合である。

第一財一単位生産するのに第一財が a_{11} , 第二財が a_{21} , 直接労働が τ_1 必要であり, 第二財一単位生産するのに第一財が a_{12} , 第二財が a_{22} , 直接労働が τ_2 必要であるとする。 s_1, s_2 は, それぞれ第一財, 第二財を一単位純生産し続けるのにこれまでに支出されていなければならない労働量である。

そうすると, 生存基本についての式はそれぞれ,

$$ws_1 = w(a_{11}s_1 + a_{21}s_2) + wt_1$$

$$ws_2 = w(a_{12}s_1 + a_{22}s_2) + wt_2$$

となるであろう。ただしここで, t_1, t_2 は (1) から得られるものであり,

$$t_1 = a_{11}t_1 + a_{21}t_2 + \tau_1$$

$$t_2 = a_{12}t_1 + a_{22}t_2 + \tau_2$$

である。なお, ここで, $1 - a_{11} > 0, (1 - a_{11})(1 - a_{22}) - a_{12}a_{21} > 0$ が満たされているものとする。以下の節の二財モデルでも同様である。

さて, (6) を変形すると生存基本についてのさまざまな情報が得られるのであるが, たとえば次のようなことを考える。今, (6) に $t = \tau(I - A)^{-1}$ を代入すると,

$$ws = w\tau(I - A)^{-1}(I - A)^{-1}$$

となるが, これをベキ級数展開すると,

$$\begin{aligned} ws &= w\tau(I + A + A^2 + A^3 + A^4 + \dots)(I + A + A^2 + A^3 + A^4 + \dots) \\ &= w\tau(I + A + A^2 + A^3 + A^4 + \dots \\ &\quad + A + A^2 + A^3 + A^4 + \dots \\ &\quad + A^2 + A^3 + A^4 + \dots \\ &\quad + A^3 + A^4 + \dots \\ &\quad + A^4 + \dots \\ &\quad + \dots) \end{aligned}$$

という式が得られるが, これは行列バージョンの (あるいは純生産される財が複数の場合の) 資本の三角形図式の一般形であるということがいえる (ただしこの式を右に半回転したもの)。つまり, ジェヴォンズ＝バーム＝バヴェルクのそれは一種類の消費財のみの議論であったが, ここではそれが多部門に一般

化されているのである。

Ⅲ 再生産資本について

1. 再生産資本方程式

さて、ここまでは以前の議論をやり直したのであるが、次に、資本財の利子費用を考慮した資本の問題に移る¹⁰⁾。

先の議論においては賃金が支払われた時間の問題が考慮されていなかった。つまり、異時点間に渡って支払われた賃金の総額を足し合わせなければならないという問題が考えられていなかったのである。それを考慮すると生存基本の式はどう変わるであろうか¹¹⁾。

今期支払われる賃金は先にも見たように wt であった。さて来期も各財を一単位純生産するためには、あらかじめ tA だけの労働が投下されていなければならない、 wtA だけの賃金が支払われていなければならないのであった。

しかし、それは前期に支払われた賃金であるため、現在価値を考えるには利子費用が考慮されなければならない¹²⁾。それを考慮すると、 r は先に計算したそれを用いるとすると、その価値は $(1+r)wtA$ となるであろう。同様に考えると、二期前に払われた賃金 wtA^2 の現在価値は $(1+r)^2wtA^2$ となるはずである。以下、同様である。

これより、そして (5) より、生存基本を資本に転化すると、

$wt[I + (1+r)A + (1+r)^2A^2 + (1+r)^3A^3 + \dots] = wt[I - (1+r)A]^{-1}$ となる¹³⁾。今、これに $k = (k_1, k_2, \dots, k_n)$ という行ベクトルを定義して、各要素を対応づけよう。これは各財を一単位生産し続けるのにこれまでに投下されていなければならない資本額、あるいは賃金の現在価値がならんだベクトルということになる。そうすると、

$$k = wt[I - (1+r)A]^{-1} \quad (8)$$

となる。ここに両辺に右から $I - (1+r)A$ を掛け、整理すると、

$$k = (1+r)kA + wt \quad (9)$$

が成り立つ¹⁴⁾。これは西 (2015)、185 ページにおいて「資本方程式」と呼ばれたものであり、ここで定義される資本は、直線的生産構造の視点において各財の純生産の観点から経済の再生産を考える際に重要となるものである。なお、以下では「再生産資本方程式」と呼ぶ。

この式を得ることができれば、先の生存基本の場合と同様に簡単な拡張も容易となる。Ⅱ節 1 と同じ前提のもとでは再生産資本方程式は、

$$k_1 = (1+r)(a_{11}k_1 + a_{21}k_2) + wt_1$$

$$k_2 = (1+r)(a_{12}k_1 + a_{22}k_2) + wt_2$$

となるであろう。いうまでもなく、 k_1, k_2 はそれぞれ第一財、第二財を一単位純生産し続けるために必要な資本を表す。 t_1, t_2 はⅡ節 1 のものと同じである。

2. 生産価格のスミスのバージョン

次に、先に検討した再生産資本と生産資本との関係について考えるが、その前に生産価格方程式のスミスのバージョン (西 (2020)) についてみておく。

さて、以下の演算の便宜のため、生産資本ベクトルについての別の表現について考える。

(3) より、

$$p = (1+r)wt[I - (1+r)A]^{-1} \quad (10)$$

Mar. 2021

生存基本, 資本, 再生産価格についてのノート

が得られる。ところで, (2) と (3) より,

$$\mathbf{p} = (1 + r)\mathbf{h} \quad (11)$$

であるから, この式と (10) より,

$$\mathbf{h} = w\tau[\mathbf{I} - (1 + r)\mathbf{A}]^{-1} \quad (12)$$

となる。

さて, 生産価格の式は, $\mathbf{p} = r\mathbf{k} + w\mathbf{t}$ とも表わせることを示そう。いうまでもなく, ここで \mathbf{k} は(9)で定義されるものである。生産価格の式は(3)より,

$$\mathbf{p} = (1 + r)(\mathbf{p}\mathbf{A} + w\tau)$$

であった。これを次のように変形する。

$$\mathbf{p}(\mathbf{I} - \mathbf{A}) = r\mathbf{p}\mathbf{A} + (1 + r)w\tau$$

前提より, $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ が存在するから, これを両辺に右から掛け変形すると,

$$\begin{aligned} \mathbf{p} &= r\mathbf{p}\mathbf{A}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} + (1 + r)w\tau(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \\ &= r\mathbf{p}\mathbf{A}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} + r w\tau(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} + w\tau(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \end{aligned}$$

ここでこの右辺の和の第三項は(4)より $w\mathbf{t}$ となる。よって, (2) と (4) を考慮すると,

$$\begin{aligned} \mathbf{p} &= r\mathbf{p}\mathbf{A}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} + r w\tau(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} + w\tau(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \\ &= r[\mathbf{p}\mathbf{A} + w\tau](\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} + w\mathbf{t} \\ &= r\mathbf{h}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} + w\mathbf{t} \end{aligned}$$

ここで, 以下のⅢ節3で示すように $\mathbf{h}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} = \mathbf{k}$ が成り立つので,

$$\mathbf{p} = r\mathbf{k} + w\mathbf{t} \quad (13)$$

となる。これは西(2020)において示された生産価格のアダム・スミスの分解法に基づく式の一般化されたものである。つまり価格を利潤と賃金の和として表わしたものである。

これは先のⅡ節2における諸前提で, 二財で考えると,

$$p_1 = rk_1 + wt_1, p_2 = rk_2 + wt_2$$

となる。いうまでもなく, k_1, k_2, t_1, t_2 は, Ⅲ節1, Ⅱ節1で定義されたものと同じである。

また, この(13)はPasinetti(1973), 邦訳39ページの(2.17)の賃金先払いバージョンである。パシネッティの場合は賃金後払いであるため利潤率は資本財ストック価額(パシネッティがそこで $\mathbf{p}\mathbf{H} = \mathbf{p}\mathbf{A}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ で定義しているもの)にしかかからないが, ここでは先払いが仮定されているため資本 \mathbf{k} 全体にかかっているのである。

3. 再生産資本方程式の別バージョン

次に, 本節1でとり上げた再生産資本方程式のさまざまなバージョンについて考察する。

まず, 再生産資本方程式(9)は $\mathbf{k} = \mathbf{k}\mathbf{A} + \mathbf{h}$ とも書けることを示そう。これは再生産資本方程式の価値方程式と相似的なバージョンである。

先にも見たように再生産資本の式は(8)より,

$$\mathbf{k} = w\tau[\mathbf{I} - (1 + r)\mathbf{A}]^{-1}$$

とも書けるが, これは, (5)を考慮すると,

$$\mathbf{k} = w\tau[\mathbf{I} - (1 + r)\mathbf{A}]^{-1} + w\tau\mathbf{A}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}[\mathbf{I} - (1 + r)\mathbf{A}]^{-1}$$

とも書ける。これは, $w\mathbf{t}$ を $w\tau + w\tau\mathbf{A}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ という和に分割し, そのそれぞれの和の項に行列演算の右側分配法則を適用すればわかるであろう。ちなみに右辺の和の第一項は(12)より \mathbf{h} である。

さて, ここで, $\mathbf{A}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}[\mathbf{I} - (1 + r)\mathbf{A}]^{-1} = [\mathbf{I} - (1 + r)\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{A}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ が成り立つことに注意する¹⁵⁾。ここで, さらに(12)を考慮すると,

$$\begin{aligned}
\mathbf{k} &= \mathbf{h} + w\tau[\mathbf{I} - (1+r)\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{A}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \\
&= \mathbf{h} + \mathbf{h}(\mathbf{A} + \mathbf{A}^2 + \mathbf{A}^3 + \cdots) \\
&= \mathbf{h}(\mathbf{I} + \mathbf{A} + \mathbf{A}^2 + \mathbf{A}^3 + \cdots) \\
&= \mathbf{h}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}
\end{aligned} \tag{14}$$

となる¹⁶⁾。

よって, (14) の両辺に右から $(\mathbf{I} - \mathbf{A})$ を掛け変形すると,

$$\mathbf{k} = \mathbf{k}\mathbf{A} + \mathbf{h} \tag{15}$$

となる。これは西 (2019a), 113-114 ページで検討したものであった。このような形で再生産資本方程式の価値方程式と相似なバージョンを得ることができる。

いうまでもないかもしれないが, II 節 2 の最後のところと同じ前提のもとで二財で考えると,

$$k_1 = a_{11}k_1 + a_{21}k_2 + h_1$$

$$k_2 = a_{12}k_1 + a_{22}k_2 + h_2$$

となるであろう。 k_1, k_2 は III 節 1 で定義したものである。そして, ここで h_1, h_2 は,

$$h_1 = a_{11}p_1 + a_{21}p_2 + w\tau_1$$

$$h_2 = a_{12}p_1 + a_{22}p_2 + w\tau_2$$

である。

IV 再生産価格方程式について

次に, 再生産価格方程式のさまざまなバージョンについて考える。再生産価格方程式とは西 (2020a) で検討されたように, 先の再生産資本に利子 (利潤) が考慮されたものだった。

いま, 各財の再生産価格の行ベクトルを $\mathbf{K} = (K_1, k_2, \dots, K_n)$ で定義し, その各要素に $(1+r)\mathbf{k} = [(1+r)k_1, (1+r)k_2, \dots, (1+r)k_n]$ というベクトルの各要素を対応させよう。つまり,

$$\mathbf{K} = (1+r)\mathbf{k} \tag{16}$$

である。

そうすると, 再生産価格方程式の一般形は (9) と (16) より,

$$\mathbf{K} = (1+r)(\mathbf{K}\mathbf{A} + w\mathbf{t}) \tag{17}$$

となる。これはスカラーの演算であるから証明は不要であろう¹⁷⁾。

さて次に, 再生産価格は,

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}\mathbf{A} + \mathbf{p} \tag{18}$$

とも書ける。だが, これも自明である。なぜなら (15) の両辺に $1+r$ を乗じて (11) と (16) を考慮すれば出るからである¹⁸⁾。なお, 後の議論で用いるので (18) 式を書き代えておくと,

$$\mathbf{K} = \mathbf{p}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \tag{19}$$

となる¹⁹⁾。

また, (18) は,

$$\mathbf{K} = (1+r)(\mathbf{k}\mathbf{A} + \mathbf{h}) \tag{20}$$

とも書くことができよう。

最後に自明ではあるが, 資本の式は, (9) と (16) より,

$$\mathbf{k} = \mathbf{K}\mathbf{A} + w\mathbf{t} \tag{21}$$

とも書ける。これらはすべて西 (2020a), (2020b) において記したものの一般形である²⁰⁾。

V 総付加価値と総価額の式について

西 (2015) においては, 数量体系の問題には言及されなかった。そこで最後に, 数量体系との関係で, 総付加価値についての二つの見方と, 総価額の二つの見方についての式について考えておく²¹⁾。ただし, ここでは西 (2019b), 第3節の議論にそって論じ, それから拡大再生産の場合に議論を拡張することにする。

西 (2019b) の前提では, 投入産出の関係について, 次のような関係が成り立ったのであった。

$$\mathbf{x} = \mathbf{Ax} + \mathbf{y}$$

つまり, 総生産のベクトルは, 消耗生産財と純生産の部分に分けられるということである。

さて, これを書き換えると,

$$\mathbf{x} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{y} \quad (22)$$

となる。さて, 付加価値について,

$$(\mathbf{rh} + \mathbf{wt})\mathbf{x} = (\mathbf{rk} + \mathbf{wt})\mathbf{y} \quad (23)$$

という等式が成立することを示そう。これは総生産の観点からみた総付加価値は純生産の観点からみた総付加価値に等しいという式である。さて, (23) の左辺に (22) を代入すると,

$$\begin{aligned} (\mathbf{rh} + \mathbf{wt})\mathbf{x} &= (\mathbf{rh} + \mathbf{wt})(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{y} \\ &= \mathbf{rh}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{y} + \mathbf{wt}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{y} \end{aligned}$$

となるが, (14) より $\mathbf{k} = \mathbf{h}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ だったから, (4) も考慮すると,

$$\begin{aligned} \mathbf{rh}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{y} + \mathbf{wt}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{y} \\ &= \mathbf{rky} + \mathbf{wty} \\ &= (\mathbf{rk} + \mathbf{wt})\mathbf{y} \end{aligned}$$

となる。これは, 西 (2019b) の (20) 式の一般形である。

さて, 次に

$$\mathbf{px} = \mathbf{Ky} \quad (24)$$

が成り立つことを示す。これは総生産の観点からみた総価額は純生産の観点からみた総価額に等しいという式である。この式の左辺に (22) を代入すると,

$$\mathbf{px} = \mathbf{p}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}$$

となるが, ここで, (19) を考慮すると,

$$\begin{aligned} \mathbf{p}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{y} \\ &= \mathbf{Ky} \end{aligned}$$

となる。これは西 (2019b) の 97 ページの注 9 の式の一般形である。

さて, 以上は西 (2019b) の議論を一般化したものであるが, 西 (2020a) でも述べたように, 長期的な予想に基づく再生産を論じる文脈においては, この \mathbf{y} の中は消費財の財だけで, 将来, 生産能力になる財は含まれていないものと考えなければならない。そのような財が含まれてもよいのは, 産業連関分析のように考える場合だけである。よって, そう考えた場合には, ここでの等式は, 単純再生産の仮定から導かれていることになる。

それでは, 同時並列的生産経済における拡大再生産の場合はどう考えたらよいであろうか²²⁾。拡大再生産の場合の需給一致式は,

$$\mathbf{x} = (1 + g)\mathbf{Ax} + \mathbf{y}$$

となるであろう。さて, $r \geq g$ を仮定するならば, 注 13 との関係により, $\mathbf{I} - (1 + g)\mathbf{A}$ は非負の逆行列をもつ。よって, g がこの関係を満たすものとしよう。変形すると,

$$\mathbf{x} = [\mathbf{I} - (1 + g)\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{y}$$

となる²³⁾。

ところで西 (2020b) でもみたように, 先の式に戻って変形すると,

$$\begin{aligned}\mathbf{x} &= (1 + g)\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{y} \\ &= \mathbf{A}\mathbf{x} + g\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{y}\end{aligned}$$

となる。ここから,

$$(\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{x} = g\mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{y}$$

となるので, $\mathbf{I} - \mathbf{A}$ の逆行列をこの式の辺々に左から掛けると,

$$\begin{aligned}\mathbf{x} &= g(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}\mathbf{x} + (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{y} \\ \mathbf{x} &= [\mathbf{I} - g(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}]^{-1}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}\end{aligned}$$

が得られるのであった。

以下, 最後の式の右辺の行列の積の第一項を $(\mathbf{I} - g\mathbf{G})^{-1}$ ($\mathbf{G} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}$)と定義し, これを $(r\mathbf{h} + w\mathbf{t})\mathbf{x}$ に代入すると,

$$(r\mathbf{h} + w\mathbf{t})\mathbf{x} = (r\mathbf{h} + w\mathbf{t})(\mathbf{I} - g\mathbf{G})^{-1}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}$$

となる。ここで $(\mathbf{I} - g\mathbf{G})^{-1}$ と $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ とが積に関して可換だとする, 上の結果(あるいは, (4), (14))を参照すると,

$$\begin{aligned}(r\mathbf{h} + w\mathbf{t})\mathbf{x} &= (r\mathbf{h} + w\mathbf{t})(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}(\mathbf{I} - g\mathbf{G})^{-1}\mathbf{y} \\ &= (r\mathbf{k} + w\mathbf{t})(\mathbf{I} - g\mathbf{G})^{-1}\mathbf{y}\end{aligned}$$

となる。これが付加価値についての等式を拡大再生産に拡張した場合の式となる²⁴⁾。

価額の式についても同様に,

$$\mathbf{p}\mathbf{x} = \mathbf{p}(\mathbf{I} - g\mathbf{G})^{-1}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{y}$$

となるので, 先と同様, $(\mathbf{I} - g\mathbf{G})^{-1}$ と $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ とが可換だとする,

$$\begin{aligned}\mathbf{p}\mathbf{x} &= \mathbf{p}(\mathbf{I} - g\mathbf{G})^{-1}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{y} \\ &= \mathbf{p}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}(\mathbf{I} - g\mathbf{G})^{-1}\mathbf{y}\end{aligned}$$

ここで, (19) より $\mathbf{p}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} = \mathbf{K}$ だったのだから, ここから

$$\mathbf{p}\mathbf{x} = \mathbf{K}(\mathbf{I} - g\mathbf{G})^{-1}\mathbf{y}$$

となる。これが拡大再生産の場合の, 価額の式である²⁵⁾。

VI おわりに

本稿においては, 西 (2015) における議論を修正し, さらにこれまで西 (2014) 等において二財で検討されたさまざまな概念の関係について, それを一般化する作業を行った。

直線の生産構造は回帰の生産構造とは異なり, 純生産物を中心に考えかつそれを再生産の視点から考察するものであった。そしてそこから導かれるさまざまな関係が一般性をもつものであることが示されたものと考えている。

なお, おおざっぱな表現ではあるが, 資本や再生産価格の式は数学的構造としては価値方程式や価格方程式と相似しているのであるから, 数学的な解析においてもそれと同様な形で分析ができるものと思われる。

だが, 筆者は学説史家であるためこのような問題には入り込まず, 経済学の歴史においてさまざまな論者が提示した問題を検討するために, そして柴田が議論しているさまざまな議論を検討するために, 本稿で示した諸結果を使って分析を続けていくことにする。

Mar. 2021

生存基本, 資本, 再生産価格についてのノート

注

- 1) ただし, まだ西 (2020a), (2020b) が本稿投稿時点でまだ出版されていないので, 具体的に一般化された式が, これらの研究ノートのどのページの式に対応しているかが明示されていない場合がある。
- 2) もちろん, それ以降の議論では, Shibata (1938), Böhm-Bawerk (1959), Matsuo (2010), 柴田 (1941), (1942), (1955) や松尾 (1994) の議論にも多くを負う。また, 以下の定式化に際しては, Pasinetti (1977), Abraham-Frois and Berrebi (1979), Kurz and Salvadori (1995), 置塩 (1977) の議論なども参照している (もちろん, 誤りがあるに違いないが, それは筆者の責任である)。なお, 本稿においては学説史的な考察も基本的には行わないこととする。
- 3) A に分解不能性を仮定しないならば, $t > 0$ であるためには $\tau > 0$ を仮定する必要がある。なお, これらはすべて今期の労働であり, いわゆる「死んだ労働」は含まれていないと解釈されなければならない。なお, この点については Morishima (1973), 邦訳第 1 章の「価値の第二の定義」の概念を参照。
- 4) ここで, Pasinetti (1977), 邦訳 150 ページにならって $A + d\tau = A^+$ と定義する。 A が非負行列なので, そのつくり方より A^+ は非負行列である。さて, そうすると,

$$p = (1+r)p(A + d\tau) = (1+r)pA^+$$

となる。ここで, $r \geq 0$ であるから, 両辺を $1+r > 0$ で割ると,

$$\frac{1}{1+r}p = pA^+$$

となる。少なくとも一財の価格は正であるとすれば, これは, 非負行列についての定理より, A^+ の非負固有値を $\lambda(A^+)$ とすると, $\lambda(A^+) = 1/(1+r)$ であり, p がそれに随伴する非負固有ベクトルであることを示している。なお後に, A^+ に分解不能性を仮定することになるが, そうすると正固有値と正固有ベクトルが得られることになる。

- 5) 数学的には, A^+ が分解可能か不可能かは非負行列についての諸定理との関係では重要な問題となりうる。しかし, 筆者は理論を専門とするものではないのでそのような細かい議論には入り込まず, 以下の議論展開の都合というだけで分解不能を仮定しておく。分解不能性とは, 各財の生産にすべての財が直接間接に必要となることを意味するということである。奥口・西村・藤本・丸山 (1980), 50-51 ページを参照。
- 6) ただし, ここでの wt は後に出てくる今期に支払われる賃金額ではなく, これまでに支払われた賃金と考えられていることに注意しなければならない。ということは, ここでは異時点間の賃金をそのまま加えあわせているわけで, それが後に資本というものを考えるときに利子費用が考慮されなければならない理由である。
- 7) ちなみに, この部分はⅢ節でとりあげる再生産資本 (たとえば, 以下での (9)) の賃金費用の部分 wt と同じである。それはいうまでもなく, この部分は今期に投下される労働に対する今期支払われる賃金であるため, 現在価値化される必要がないからである。よって, 注 6 で言及の対象となった wt とは事情が異なる。この問題は西 (2020b) の【補論】で検討した問題であった。
- 8) (4) の t には過去の労働は含まれていないが, ここでの s には含まれている (と考えざるをえない)。それがⅢ節 1 で問題になることである。
- 9) ちなみに, 以下は, これまでの筆者の議論では二財モデルにおいて資本係数行列の分解可能性が仮定されていたが, その仮定を外した例ともなっている。ただし, 価値基準に関しては先に述べた通りである。以下でも同様であることはいうまでもない。
- 10) その問題については西 (2015), 182-184 ページにおいて説明されている。
- 11) 西 (2015) において, 議論の順番が適当でなかったのはこの箇所である。西 (2015), IV 節。
- 12) もちろん, 現実に支払われたというよりも, 現在の技術で考えるとこれだけの賃金が払われたことになるということである。なお, この利子費用は, この生産が社会的分業のなかで行われようと, 一生産主体のなかで行われようと, 各生産段階に同じように時間がかかっているとすれば, 同じようにかかるであろう。
- 13) この級数の収束を考えるためには, 次のような定理を考える必要がある。つまり, 一般に $I - A$ がホーキンス・サイモン条件をみたせば, $|\rho I - A| = 0$ (ただし, この $|\cdot|$ は行列式) の非負固有値を ρ^* とすれば $\rho > \rho^*$ なる ρ について,
$$I + \frac{A}{\rho} + \frac{A^2}{\rho^2} + \dots$$
は収束する, というものである (置塩 (1977), 151 ページに類似の定理あり)。
さて, A の固有値問題を考える。
 $|\lambda I - A| = 0$
の非負固有値を $\lambda(A)$ とする。ところで, 二階堂 (1961), 87 ページの [4] より, $A^+ \geq A \geq 0$ かつ, A^+, A のうち少なくとも一つが分解不能であれば $\lambda(A^+) > \lambda(A)$ となる。ところで, A^+ は分解不能だと仮定したので, それと A^+ のつくり方より $A^+ \geq A$ であるから, そのような $\lambda(A^+) = 1/(1+r)$ について,
$$I + (1+r)A + (1+r)^2A^2 + \dots$$

は先の定理より収束することとなる。

そして、これは $[I - (1+r)A]^{-1}$ という非負の逆行列に収束することとなる。いま、 $\rho = 1/(1+r)$ とおくと、これを示すには、

$$I + \frac{A}{\rho} + \frac{A^2}{\rho^2} + \cdots$$

が、 $\rho > \lambda(A)$ ならば、

$$\left(I - \frac{A}{\rho}\right)^{-1}$$

に収束することを示せばよい。そこで、二階堂 (1961), 79 ページの ii の証明を参考にしながら考える。いま、

$$T_v = I + \frac{A}{\rho} + \frac{A^2}{\rho^2} + \cdots + \frac{A^v}{\rho^v}$$

とおく。さて、この式から、この式に $\frac{A}{\rho}$ を掛けたものを引くと、

$$\begin{aligned} \left(I - \frac{A}{\rho}\right) T_v &= \left(I + \frac{A}{\rho} + \frac{A^2}{\rho^2} + \cdots + \frac{A^v}{\rho^v}\right) - \left(\frac{A}{\rho} + \frac{A^2}{\rho^2} + \cdots + \frac{A^{v+1}}{\rho^{v+1}}\right) \\ &= I - \frac{A^{v+1}}{\rho^{v+1}} \end{aligned}$$

となる。ここで任意の正ベクトル $x > 0$ を選んで、

$$\left(I - \frac{A}{\rho}\right) T_v x = \left(I - \frac{A^{v+1}}{\rho^{v+1}}\right) x = x - \frac{A^{v+1}}{\rho^{v+1}} x$$

とする。上記の条件を充たせば、 $\lim_{v \rightarrow \infty} \frac{A^{v+1}}{\rho^{v+1}} = O$ (O はゼロ行列) であることは、二階堂 (1961), 79 ページの定理

2 の i からわかっている。よって、 $\lim_{v \rightarrow \infty} \frac{A^{v+1}}{\rho^{v+1}} x = 0$ (0 はゼロベクトル) も成立する。よって、 v を十分大きくとれば、

$$x - \frac{A^{v+1}}{\rho^{v+1}} x > 0, \text{つまり} \left(I - \frac{A}{\rho}\right) T_v x > 0 \text{となる。ここで } T_v x \geq 0 \text{であり、また } I - \frac{A}{\rho} \text{という行列は、} I \text{は単位行列であ}$$

り非対角要素はすべてゼロの行列なので、その非対角要素はすべて非正となる。これは $I - \frac{A}{\rho}$ が、二階堂 (1961), 66

ページの注意 1 の条件を充たし、またそこでの条件 [I] を充たしていることを意味するので、 $\left(I - \frac{A}{\rho}\right)^{-1} \geq O$ が

存在する。よって、左から $\left(I - \frac{A}{\rho}\right)^{-1}$ を掛けて、 $T_v = \left(I - \frac{A}{\rho}\right)^{-1} \left(I - \frac{A^{v+1}}{\rho^{v+1}}\right)$ とすると、 $\lim_{v \rightarrow \infty} \left(I - \frac{A^{v+1}}{\rho^{v+1}}\right) = I$ と

なることから、 $\lim_{v \rightarrow \infty} T_v = \left(I - \frac{A}{\rho}\right)^{-1}$ となる、ということになる。つまり、先の級数は $[I - (1+r)A]^{-1}$ に収束する。

なお、非負行列についての議論については奥口・西村・藤本・丸山 (1980), 第 1 章も参考にした。

14) ここでの k は、先の II 節 2 における s とは異なり、賃金込みで定義されている。

15) 通常、行列の積は可換ではない (つまり、 $AB \neq BA$)。だが $A(I-A)^{-1}[I - (1+r)A]^{-1} = [I - (1+r)A]^{-1}A(I-A)^{-1}$ の場合は可換となる。もっとよい証明の仕方があるのだろうが、ここでは直観的な説明にとどめておく。まず、 $A(I-A)^{-1}$ を逆行列の部分を書き級数展開し行列演算についての左側分配法則を用いて $A(I-A)^{-1} = A + A^2 + A^3 + \cdots$ と展開する。次に、 $[I - (1+r)A]^{-1}$ の部分を級数展開すると $[I - (1+r)A]^{-1} = I + (1+r)A + (1+r)^2A^2 + (1+r)^3A^3 + \cdots$ となるので、その積は、 $(A + A^2 + A^3 + \cdots)[I + (1+r)A + (1+r)^2A^2 + (1+r)^3A^3 + \cdots]$ となる。さて積の第一項の A を左側分配法則によって第二項の級数に掛けると $[A + (1+r)A^2 + (1+r)^2A^3 + (1+r)^3A^4 + \cdots]$ となり、ここから A を後ろにくくりだすと $[I + (1+r)A + (1+r)^2A^2 + (1+r)^3A^3 + \cdots]A$ となる。このような操作を繰り返していくと $[I + (1+r)A + (1+r)^2A^2 + (1+r)^3A^3 + \cdots](A + A^2 + A^3 + \cdots) = [I - (1+r)A]^{-1}A(I-A)^{-1}$ となる。

16) ここで、この (13) を、II 節 2 と同様の前提で二財モデルで書くと、 $\Delta = (1 - a_{11})(1 - a_{22}) - a_{12}a_{21}$ とすると、

$$(I - A)^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} 1 - a_{22} & a_{12} \\ a_{21} & 1 - a_{11} \end{pmatrix}$$

となるので、

Mar. 2021

生存基本, 資本, 再生産価格についてのノート

$$k_1 = \frac{1-a_{22}}{\Delta} h_1 + \frac{a_{21}}{\Delta} h_2, k_2 = \frac{a_{12}}{\Delta} h_1 + \frac{1-a_{11}}{\Delta} h_2$$

と書けるだろう。なお、西 (2020) などの前提のもとで二財モデルで書くと、

$$k_1 = \frac{1}{1-a_1} h_1, \quad k_2 = \frac{a_2}{1-a_1} h_1 + h_2$$

となるが、これは柴田 (1942) で考えられた資本の式を二財モデルに書き換えたものであって (西 (2016)), 先の二財モデルで $a_{11} = a_1, a_{12} = a_2, a_{21} = a_{22} = 0$ としたものである。いうまでもなく、 $1-a_1 > 0$ が仮定される。

- 17) II 節 2 と同様に二財で考えると、

$$K_1 = (1+r)(a_{11}K_1 + a_{21}K_2 + wt_1)$$

$$K_2 = (1+r)(a_{12}K_1 + a_{22}K_2 + wt_2)$$

となるであろう。いうまでもなく、 K_1, K_2 はそれぞれ第一財、第二財の純生産物の再生産価格であり、 t_1, t_2 は II 節 2 の最後で定義されたものである。以下の諸式も同様に書くことができるが、省略する。

- 18) ここでなぜ、西 (2020a) の二財経済において、 \mathbf{p} の部分が消費財においては 1 になっていたかがわかるであろう。価値基準にとった財の当該部分が 1 となるということである。

- 19) この式からベクトル \mathbf{K} の直感的な意味を読みとることができる。この式は、 $\mathbf{I} - \mathbf{A}$ がホーキンス・サイモン条件を満たしているという前提から行列のベキ級数に展開することができる。つまり、

$$\mathbf{K} = \mathbf{p} + \mathbf{pA} + \mathbf{pA}^2 + \mathbf{pA}^3 + \dots$$

となるが、これは何を意味しているかといえ、生産価格で各財一単位を純生産するのに直接間接に必要な資本財と当該財とを集計したものということである。

- 20) ちなみにこの (21) の直感的な意味は西 (2020b) の補論で二財モデルで論じた。

- 21) 付加価値をどう考えるかはむづかしい問題であり、それは同時にどこまでを再生産に必要なものと考え、どこからが剰余なのかの線引きがむづかしいということでもある。西 (2019b) などにおいては賃金と利潤を付加価値と考えた。だが、ケネー以来の古典派の伝統のなかには賃金 (で購入される財) は前貸しされるものであり、また再生産のために必要なそれは資本に含まれ、付加価値は利潤だけだという考え方がある (生産物でいえば、純生産物とは剰余生産物だけであるということ。ちなみに、ケネー (François Quesnay, 1694-1774) は『経済表』において、「純生産物 produits net」という用語を用いているが、それは賃金に相当する部分を含んでいないので、今日の表現では剰余生産物 (額) ということになる (この点については西 (2018))。実際、たとえば、増補投入行列を使った価格方程式の定式化においては、賃金は前払いされるがそれで購入される財はあたかも消耗資本財と同じように扱われているとも考えられる。その意味では、この場合には付加価値は利潤だけだとも解釈できるであろう。他方、(6) のような価格方程式の定式化では賃金は費用を構成しはするが、その表現自体はそれに対応する具体的な投入物と結びついていないわけではないので、事情は異なっているようにもみえる。

確かに、賃金と利潤を付加価値とみなすとするならば、むしろ賃金後払いとしたほうがすっきりするということはいえよう。ただ、労働者の賃金 (あるいはそれに対応する賃金財) がその期に生産されたものから支払われると考えると、通常の価格方程式のようにすぐに賃金財が出てくるような想定ならばともかく、本稿のようなバウム・バヴェルク型の生産体制を考えると、定常状態に入るまでの生産過程の建設期間においては消費財が初めて出てくるまでに多くの生産段階を経なければならず (途中の生産でできるのは資本財ばかりである)、そのため各生産段階で賃金を払うとすれば賃金をあらかじめ持っているという想定は外すことはできないであろう。また、もし前払いにすれば、筆者自身の事情でいえば、本稿における資本の式などがまったく変わってしまうということもある。また、賃金をすべて剰余賃金のように考えると、搾取論にも影響が出てくる。

しかしいずれにせよそのようなさまざまな事情があり、付加価値を賃金と利潤で考えるか (価値論では生きた労働全体で考えるか) という問題は議論の余地があるとは思われる。なお、賃金後払いで考えるとどうなるかについては、いずれ検討したいと考える。

- 22) 労働は一定の実質賃金でいくらかでも調達できるとする。

- 23) 式は同次でないので g は与えられねばならない。注 13 より、 $\lambda(\mathbf{A}^+) = \frac{1}{1+r} > \lambda(\mathbf{A})$ であれば、 $[\mathbf{I} - (1+r)\mathbf{A}]^{-1}$ という非負の逆行列が存在するのであったから、 $r \geq g$ であれば、 $\frac{1}{1+g} \geq \lambda(\mathbf{A}^+) > \lambda(\mathbf{A})$ であるから $\mathbf{I} - (1+g)\mathbf{A}$ は非負の逆行列をもつ。

- 24) もちろん、ここで、 $(\mathbf{I} - g\mathbf{G})^{-1}$ と $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ が可換であるか、という問題が残る (西 (2015), 191 ページ, 注 24) においても $(\mathbf{I} - r\mathbf{H})^{-1}$ と $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ が可換と仮定した)。だが、これらの行列は基本的には \mathbf{A} のベキ級数どうしの積なので可換になるものと思われるが、詳しい考察は別の機会にゆずる。なお、以上は価格で考えた場合だが、付加価値の総生産物からみた場合と純生産物からみた場合の関係を労働価値で考えるならば、その式は、

$$\tau \mathbf{x} = \mathbf{t}(\mathbf{I} - g\mathbf{G})^{-1} \mathbf{y}$$

となるだろう。また, 社会的総資本における総生産物からみた場合と純生産物からみた場合の関係を資本の次元で考えると, それは,

$$hx = K(I - gG)^{-1}y$$

となる。

- 25) それ以外に同時並列的生産経済における物量体系における純生産, 総生産の関係の問題もあるが, それについては西 (2020b), 8 節で検討した。なお, 本稿 (をはじめとした一連) の議論では, 形式的には, 価格体系と数量体系との双対性が成り立たないような設定になっている。つまり, 価格体系は古典派・マルクスのものになっているのだが, 数量体系についてはPasinetti (1977), 第 7 章などのように産業連関論的に扱っているからである。Abraham-Frois and Berrebi (1979), p.204 で述べられているように, そのあたりのことについて検討が必要だと考える。

参考文献

- Abraham-Frois, G and Berrebi, E (1979) *Theory of Value, Prices and Accumulation, A Mathematical Integration of Marx, von Neumann and Sraffa*, Cambridge University Press.
- Böhm-Bawerk, E.v., (1959) *Positive Theory of Capital (Capital and Interest, vol.2)*, tr. by G.D. Huncke and H.F. Sennholtz, Libertarian Press.
- Kurz, H.D. and Salvadori, N (1995) *Theory of Production: A Long-Period Analysis*, Cambridge University Press.
- Matsuo, T (2010) Average Period of Production in Circulating Input-Output Structure, *Applied Mathematical Sciences*, Vol.4, no.46, pp.2293-2313.
- Morishima, M (1973) *Marx's Economics*, Cambridge University Press (高須賀義博訳『マルクスの経済学』東洋経済新報社, 1974 年)。
- Pasinetti, L.L. (1973), "The Notion of Vertical Integration in Economic Analysis," *Metroeconomica*, Vol.25 (中野守・宇野立身訳『生産と分配の理論 スラッファ理論の新展開』日本経済評論社, 1998 年, 第 2 章)。
- Pasinetti, L.L. (1977) *Lectures on the Theory of Production*, Columbia University Press (『生産理論 ポスト・ケインジアン』の経済学』菱山泉, 山下博, 山谷恵俊, 瀬地山敏訳, 東洋経済新報社, 1979 年)。
- Shibata, K. (1938) Capital and the Subsistence-Fund, *Kyoto University Economic Review*, Vol.13, No.1, pp.55-74.
- 置塩信雄 (1977) 『マルクス経済学』筑摩書房。
- 奥口孝二・西村和雄・藤本喬雄・丸山徹 (1980) 『経済数学入門』有斐閣双書。
- 柴田敬 (1941) 『資本主義経済理論』有斐閣 (Shibata. 1938 の, 上村鎮威による訳を所収)。
- 柴田敬 (1942) 『新経済論理』弘文堂。
- 柴田敬 (1955) 「ケインズ派の理論の根本的誤謬 (一)」『山口経済学雑誌』6 (3・4): 1-25。
- 二階堂副包 (1961) 『経済のための線型数学』培風館。
- 西淳 (2014) 「生存基本 Subsistence-Fund と資本 Capital についてのノート—西 (2013), (2014) への補論—」『阪南論集 社会科学編』50 (1): 51-60 ページ。
- 西淳 (2015) 「生存基本分析と垂直的統合—柴田敬の経済学と L・パシネッティの経済学」『阪南論集 社会科学編』50 (2): 177-192。
- 西淳 (2016) 「『資本』の定式化について—柴田敬の「資本」概念と西 (2014), (2015) における定式化との関係—」『立命館経済学』64 (3): 17-27。
- 西淳 (2018) 「一般均衡理論と貨幣循環—柴田敬によるケネー『経済表』の吟味—」『立命館経済学』66 (6): 11-39。
- 西淳 (2019a) 「資本概念についての諸追加—西 (2016a) 等への補足—」『阪南論集 社会科学編』55 (1): 109-118。
- 西淳 (2019b) 「価値, 価格, 資本計算と付加価値について」『立命館経済学』68 (4): 85-98。
- 西淳 (2020a) 「価格方程式についての若干の考察—生産価格と再生産価格—」『立命館経済学』69 (3): 147-164。
- 西淳 (2020b) 「同時並列的生産経済における価値, 価格, 資本と拡大再生産—西 (2019b) の修正—」『立命館経済学』69 (4): 106-123。
- 松尾匡 (1994) 「循環的投入構造における「平均生産期間」規定—吸収マルコフ連鎖の応用によるバーム・バベルクの新解釈—」『産業経済研究』35 (1): 125-138。

(2020 年 11 月 6 日掲載決定)