

〔論 文〕

# 複数財の在庫モデルのシミュレーション分析

青 木 博 明

キーワード

在庫モデル 複数財 シミュレーション 解探索

## I はじめに

本稿では、複数の棚と複数の財がある店舗を想定して、そこでの在庫モデルを構築し、それに対するシミュレーション分析を行う。具体的には、財に対し与えられた価格・パラメータと需要量に対して、定期発注方式に基づいて発注を行ったときの在庫の動きと利益を計算する。さらにより大きな利益をもたらす上限在庫量をシミュレーションによって見つけ出す分析も行う。それらの計算を行うツール（プログラム）をExcel VBAによって製作した。このツールの説明も行う。

本稿では複数の商品（財）の在庫問題を分析するが、在庫と利益の計算は基本的に個々の商品ごとに独立であるため、複数の商品を対象としたとしても、在庫や利益は商品ごとの個別の計算を単に統合したものとなる。しかし在庫面積の制限を導入すると、商品の在庫量が他の商品の在庫量に影響を与えるため、あらためて複数の商品の問題として考える必要が生じる。またより現実に近いものにするため、商品の消費期限を導入した。在庫は納入時期が異なる納入分によって構成され、消費期限を過ぎたものは在庫から除かれる。

定期発注方式では、商品ごとにある一定の在庫量を決め、その量から発注時点での在庫量を差し引いた値を発注量とするが、本稿ではこの一定の在庫量を上限在庫量と呼び、これを選択変数とし、より大きな利益を生む上限在庫量を探索する。

Hadley and Whitin (1963)、宮川公男 (1979) その他の多くの文献にあるように、需要が確率的なモデルでは、通常上限在庫量は、発注間隔にリードタイムを加えた販売期間の需要に対して、売切れ率を考慮して決められるとしている。しかし、在庫スペースの制約や消費期限を導入した結果、在庫システムが複雑になると、売切れ率と利益の関係は明らかではなくなり、最適な上限在庫量を解析的に見つけることは難しくなる。そこで、シミュレーションによる数値計算によって、より大きな利益をもたらす定期発注方式における上限在庫量を探索する。探索方法は、より大きな利益をもたらす上限在庫量の点の近傍を逐次的に探し出すという方法を少し修正して行っている。ただし、得られた解は必ずしも最適解とはいえず、近似解というべきものである。よって、以下では最適解とは言わず近似解と呼ぶ。

数値計算によって、確率モデルにおける上限在庫量またはその決定方法を評価する手法として、所与の需要の確率分布とパラメータから繰返し需要量を発生させて、在庫と利益の計算を行い、その平均値を見る方法が考えられる。しかし本稿では、販売期間における与えられた1度だけの需要データに対して、在庫と利益を計算し、またより大きな利益をもたらす上限在庫量を探っている。その理由として、まず計算が早いことが挙げられるが、それに加えて、与えられた1度だけの需要データと選択された上限

在庫量に対してそのまま在庫量と利益を計算した方が、上述の繰返し需要を発生させていくという過程を経る方法よりも、一般のモニターが直感的にその結果を受け入れやすいと考えるからである<sup>1)</sup>。ただし、この需要データは与えられたパラメータから発生させた正規乱数を加工したものであり、繰返し異なる需要データを発生させることができる。なお、需要データは任意の値にすることもできる。

近年、Kopytov *et al.* (2011), Umble *et al.* (2013), Zabawa *et al.* (2007) のようにコンピュータ・シミュレーションによる多くの在庫分析がある。また在庫シミュレーション・ソフトを、在庫管理を理解させるための教育用に使うことが多い。在庫問題は複雑な数式を使い全ての学生が理解できるとは限らないが、シミュレーション・ソフトを利用することで興味を持たせ、理解を促すことができる。また Liu *et al.* (2013), Overstone (2008) のように表計算ソフトを使って在庫システムを設計し、それを教育用に用いる研究も多い。表計算ソフトは利用環境が整やすく操作しやすいという利点があり、本稿もこの点を考慮しExcel VBAを使ってツールを作成した。これらの先行する研究が1商品の在庫分析であるのに対し、本稿が示すツールでは、モニターが上限在庫量を決めれば、複数の棚と複数の財について各期の在庫と粗利益の動きを計算し、かつより大きい粗利益をもたらす近似解を得ることができるようにしている。

特に、モニター自らが決定する上限在庫量と本稿が示す探索方法にしたがってツールが計算する上限在庫量がどのぐらいの利益の違いをもたらすかをモニターに示し、よりよい在庫管理方法があることを示すことが啓発教育的意味において重要であると考えている。本稿のツールはExcelのシート上で価格・パラメータと需要量を任意に変更できる。したがって、それらをモニターが直面する実際の値に変更した後、任意の上限在庫量に対して在庫と利益を計算することもできるし、より大きな粗利益をもたらす上限在庫量を探索することもできる。ただし、本稿の分析・計算の有用性は、本稿が示す上限在庫量の値またはその決定方法をそのままモニターが模倣することでないと考える。それよりも、モニターが決めた上限在庫量と本稿が示すそれとの間で利益に大きな乖離があった場合に、モニターに現行の上限在庫量の決定方法を再検討してもらうことにあると考える。なぜならば、同じ定期発注方式としても、排除し切れない制限がありモニターの在庫システムと本稿の在庫システムを全く同じにはできないであろうし、また需要の分布も精確に再現されているとは限らないからである。

以下、次のような構成になっている。Ⅱモデルと変数の定義、Ⅲより大きな粗利益をもたらす上限在庫量の探索、Ⅳ具体的な計算、Ⅴおわりに、である。

## Ⅱ モデルと変数の定義

複数の棚があり各棚には複数の商品が在庫陳列されているとする。在庫量は離散的であり個数でカウントされる。各棚の各商品には、商品番号、売値、仕入値、面積係数、消費期間、発注間隔といった価格・パラメータが対応する。これに加えて、各商品について毎期の需要が発生することで在庫と利益の計算が行われる。利益としては売上額から仕入額を引いた粗利益を考え、以下、単に利益といえば粗利益を指すこととする。在庫維持費と発注費は考えない<sup>2)</sup>。

棚ごとに商品を在庫もしくは陳列するのに面積の制約を受けるとする。商品一個当りの陳列棚に占める面積を面積係数とし、各商品の面積係数と個数の積を棚の全ての商品で合計したものを使用面積とする。これに対して、各棚に割り当てられた面積を割当面積とし、使用面積が割当面積以下であることを制約とする<sup>3)</sup>。以下では、販売期間は原則1日を単位とする。ただし必ずしもそう考える必要は無く、例えば1週間を単位とすることも可能である。消費期間は商品が納入後消費可能な期間とする。その期間を過ぎると、在庫から取り除かれるものとする。

定期発注方式なので、発注間隔つまり発注期と次の発注期の間隔を一定とし、発注期にある量が発注さ

れるものとする。発注量はある一定の在庫量を基準に決められるが、その基準量をここでは上限在庫量としている。1期には期首に上限在庫量が納入されるものとする。発注量は「発注量 = 上限在庫量 - その発注期での在庫量」によって決まる。通常はこの上限在庫量は「発注間隔 + リードタイム」の販売期間の需要に充てるための在庫量とされ、この販売期間の需要の平均値に、需要の確率分布と売切れ率から計算される安全在庫を加えた値とされることが多い。しかし、以下では数値計算によってより大きな利益をもたらす上限在庫量の近似解を探し出す。発注後リードタイムを経て納入期に発注量の納入が行われることで、在庫量、販売量、利益が計算される。発注時点において発注残つまり未納の発注はないものとする。

## 1. 変数と記号の定義

変数と記号を定義する。各変数の値は非負とする。棚の番号を  $i$ 、商品番号を  $j$ 、販売日の番号を  $t$  とし、棚の数を  $N_i$ 、棚番号  $i$  の棚の商品数を  $N_{ij}$ 、販売期間の長さを  $N_t$  とする。 $N_t$  は全ての商品で同じとする。

商品の価格とパラメータを表す記号を次のように定義する。

$p_{ij}$ : 売値  $c_{ij}$ : 仕入値  $\beta_{ij}$ : 面積係数  $CT_{ij}$ : 消費期間  $OI_{ij}$ : 発注間隔

$OTs_{ij}$ : 発注日の集合  $LT_{ij}$ : リードタイム  $US_{ij}$ : 上限在庫量

消費期間  $CT_{ij}$  は食品などの消費期限に関するもので、後で詳しく説明する。 $OTs_{ij}$  は発注日の集合であり、「発注日 = 前回の発注日 (初日を含む) + 発注間隔」なので発注間隔から自動的に決定される。 $c_{ij} < p_{ij}$ 、 $LT_{ij} < OI_{ij}$  とする。これらの変数のうち上限在庫量  $US_{ij}$  が、粗利益をより大きくするための選択変数である。各商品について各期で次の変数が計算される。

$a_{ijt}$ : (期首の) 在庫量  $q_{ijt}$ : 発注量 (納入量)  $y_{ijt}$ : 販売量  $x_{ijt}$ : 需要量  $R_{ijt}$ : 利益

利益を集計したものとして次の変数を定義する。

$IR_{ij}$ : 各棚の各商品の全販売期間での粗利益  $R_{ijt}$  の合計

$SR_i$ : 各棚の全販売期間での粗利益の合計、つまり  $IR_{ij}$  の  $j$  に関する合計

$TR$ : 店舗全体の粗利益の合計、つまり  $SR_i$  の合計

各棚の商品陳列の面積について次の変数を定義する。

$UsedB_i$ : 棚の利用面積  $B_i$ : 棚の割当面積  $TB$ : 店舗全体の割当面積

これらの変数のうち詳しい説明が必要なものについては以下で説明する。

## 2. 一般的な定期発注方式の計算式

本稿での在庫の計算式を示す準備として、まず一般的な在庫量と売上量、発注量 (納入量) の計算式について確認しておく。在庫量は各期の仕入後の期首の在庫量である。一部添え字を省略している。

- ①  $t+1$  期の在庫量は、 $t$  期の在庫量  $a_t$  から販売量  $y_t$  を引き、 $t+1$  期の納入量  $q_t$  を加えたものに等しい。なお 1 期の在庫量  $a_1$  は上限在庫量  $US$  に等しい。
- ② 每期、売残りの場合つまり需要量  $x_t$  が在庫量  $a_t$  よりも小さいときには、販売量  $y_t$  は需要量  $x_t$  に等しく、売切れの場合つまり需要量  $x_t$  が在庫量  $a_t$  以上のときには、販売量  $y_t$  は在庫量  $a_t$  に等しい。
- ③ 発注日に発注が行われる。発注日にリードタイム  $LT$  を加えたものが納入日であり、納入日のみ納入が行われる。つまり「納入日 = 発注日 + リードタイム」である。 $OTs$  を発注日の集合とする。発注量は、上限在庫量から発注時点での在庫量を引いたものであり、納入量  $q_t$  に等しい。つまり「発注量 = 納入量 = 上限在庫量 - 発注日の在庫量」である。上限在庫量  $US$  は「発注間隔 + リードタイム」の販売期間の需要に充てるための在庫量であり、この販売期間の需要の平均値に需要の確率的分布と売切れ率から計算した安全在庫量を加えた値として計算される場合が多いが、ここではまだ決定されていないものとする。

これらの在庫の計算方法を式にしたものが以下である。 $1 \leq t$ とする。

$$a_1 = US, \quad a_{t+1} = a_t - y_t + q_{t+1} \quad \text{在庫量} \quad (1)$$

$$\text{if } x_t < a_t, y_t = x_t, \quad \text{if } a_t \leq x_t, y_t = a_t \quad \text{売上量} \quad (2)$$

$$\tilde{t} \in OTs, \quad \text{if } t = \tilde{t} + LT, q_t = US - a_t, \quad \text{if } t \neq \tilde{t} + LT, q_t = 0 \quad \text{発注量(納入量)} \quad (3)$$

### 3. 本稿の在庫の計算式

各商品の各期の在庫量は、単純にある数値が対応するのではなく、それまでの納入量の合計とする。そして消費期限の切れた在庫は取り除く。したがって、各商品の在庫量はまだ販売されておらず、かつ消費期限切れでない納入量の合計とする。この消費期限の問題と面積の制約を上の一般的な定期発注方式の計算式に導入するため、以下に示す計算式を追加する。 $q_L (L=1, \dots, t)$ を販売されずかつ消費期限切れで処分されていない、 $t$ 期の在庫を構成する過去の納入量とする。一部添え字を省略している。

#### (1) 販売量の決定と販売に伴う在庫の減少

売切れの場合、つまりその日の需要量 $x_t$ が在庫量以上の場合、販売量は在庫量に一致する。このとき現在 $t$ 期の在庫を構成する過去の納入量が全て販売に充てられ、これらは全て0となる。つまり $q_L (L=1, \dots, t)=0$ となる。

売残りの場合、つまり需要量 $x_t$ が在庫量未満の場合、販売量は需要量に一致する。このとき在庫を構成する過去の納入量のうち、より古い納入日の納入量が先に客に渡されるものとする<sup>4)</sup>。1期から $t'$ 期までの納入分で需要に充てる( $t' \leq t$ )。このとき $q_L=0 (L=1, \dots, t'-1)$ となり $q_{t'}$ は次の式で示されることになる。 $t' < t$ のとき $t'+1 \leq L \leq t$ の $q_L$ の値は変化がない。これらのことを次の式で示す。

$$\text{売切れの場合} \quad \text{if } a_t \leq x_t, y_t = a_t, \quad q_L = 0 \quad (L=1, \dots, t), \quad (4)$$

$$\text{売残りの場合} \quad \text{if } x_t < a_t, y_t = x_t, \quad t' \leq t, \quad \sum_{L=1}^{t'-1} q_L < x_t \leq \sum_{L=1}^{t'} q_L, \quad (5)$$

$$q_L = 0 \quad (L=1, \dots, t'-1), \quad q_{t'} = x_t - \sum_{L=1}^{t'-1} q_L$$

$$\text{ただし、売残りの場合なので } t'=t \text{ のときは } x_t < \sum_{L=1}^{t'} q_L$$

#### (2) 消費期限切れ納入分の処分

営業終了後、残った在庫のうち、納入日に消費期間を加えた日数が販売日を越えた納入分は消費期限切れとして在庫から取り除かれ、販売日以下の在庫はそのまま次の日の在庫として残される。次の式では $t+1$ 期を次の販売日としている。

$$L + CT \leq t+1 \rightarrow t+1 \text{ 期の在庫から取り除かれる} \quad L + CT > t+1 \rightarrow t+1 \text{ 期の在庫として残される} \quad (6)$$

通常、食品については消費期限が「2014/12/1」というように設定されている。しかし、ここでは計算の都合上、納入日からの消費可能な期間の長さとして消費期間を考える。生産した当日に納入されるか、

生産日から納入までの日数を一定と想定すると、このように考えやすい。例えば、納入日が3期で消費期間が5ならば、7期までは在庫として残るが、8期以降では販売されず在庫から取り除かれる。生鮮品やサンドイッチなどは消費期間を1とすると、5期に納入されれば次の6期には販売できないことになる。在庫分の消費期限切れの判断は、営業終了後に行われるものとする。消費期限切れでない納入量の合計を次期の $t+1$ 期の在庫量として繰り越す式が次で示される。

$$a_{t+1} = \sum_{L+CT > t+1} q_L \quad (L=1, \dots, t) \quad (7)$$

### (3) 需要の発生

各商品に対して与えられた $\mu$ と $\sigma$ から発生させた正規乱数の小数部分を四捨五入したものを各商品の毎日の需要量 $x$ とする。ただし、値が負になった場合は $x=0$ とする。

### (4) 利益の計算式

$i$ 棚の $j$ 商品の $t$ 期での粗利益 $R_{ijt}$ が次のように計算される。売上額から納入分の仕入額を引いたものが粗利益である。

$$R_{ijt} = p_{ijt} y_{ijt} - c_{ijt} q_{ijt}, \quad \text{if } x_{ijt} < a_{ijt}, y_{ijt} = x_{ijt}, \quad \text{if } a_{ijt} \leq x_{ijt}, y_{ijt} = a_{ijt} \quad (8)$$

ただし、初日と納入日以外は $q_{ijt}=0$ である。また後出の面積の制限が満たされない場合は $R_{ijt}=0$ とする。 $R_{ijt}$ から各商品の全販売期間での粗利益の合計 $IR_{ij}$ が次のように計算される。

$$IR_{ij} = \sum_{t=1}^{t=N_i} R_{ijt} \quad \text{各商品の全販売期間での粗利益の合計} \quad (9)$$

$IR_{ij}$ から各棚の全商品の粗利益の合計 $SR_i$ が次のように計算される。

$$SR_i = \sum_{j=1}^{j=N_i} IR_{ij} \quad \text{各棚の全商品の粗利益の合計} \quad (10)$$

$SR_i$ から店全体の全棚の粗利益の合計 $TR$ が次のように計算される。

$$TR = \sum_{i=1}^{i=N_s} SR_i \quad \text{全店舗の全棚の粗利益の合計} \quad (11)$$

在庫維持費や発注費などの費用は考えない。

### (5) 資源制約

棚の陳列面積の制約を考える。商品の在庫量とその商品の面積係数の積を、その棚に陳列される全商品について合計したものをその棚の利用面積とし、それがその棚の割当面積以下である必要があるとする。そして、この制約が販売期間の全ての期において成立する必要がある。棚 $i$ の各商品の上限在庫量と面積係数の積を合計した値を棚 $i$ の利用面積 $UsedB_i$ とおく。定期発注システムでは、在庫量は上限在庫量以下なので、利用面積 $UsedB_i$ は販売期間における棚の利用面積の最大値に一致する。したがって割当面積 $B_i$ が利用面積 $UsedB_i$ 以上であることが制約となる。さらに、各棚の割当面積を合計したものが店舗

全体の陳列面積  $TB$  以下になるという制約も必要になる。これらの制約を次に示す。

$$\beta_{i1} US_{i1} + \dots + \beta_{iN_i} US_{iN_i} = \sum_{j=1}^{j=N_i} \beta_{ij} US_{ij} \equiv UsedB_i \leq B_i, \quad \sum_{i=1}^{i=N_s} B_i \leq TB \quad (12)$$

(12) の前半の面積の制限が満たされない場合その棚の粗利益  $SR_i = 0$  とし、後半の面積の制限が満たされない場合は  $TR = 0$  とする。

### (6) 全体のまとめ

以上の在庫量・利益の計算式は次のようにまとめられる。

#### 《定期発注方式の在庫モデル》

棚の番号  $i = 1, \dots, N_s$  商品の番号  $j = 1, \dots, N_i$  期  $t = 1, \dots, N_t$

$$a_{ij1} = US_{ij}, \quad a_{ijt+1} = a_{ijt} - y_{ijt} + q_{ij,t+1} \quad (M1)$$

$$\text{if } x_{ijt} < a_{ijt}, y_{ijt} = x_{ijt}, \quad \text{if } a_{ijt} \leq x_{ijt}, y_{ijt} = a_{ijt} \quad (M2)$$

$$\tilde{t} \in OTs_{ij}, \quad \text{if } t = \tilde{t} + LT_{ij}, q_{ijt} = US_{ij} - a_{ij\tilde{t}}, \quad \text{if } t \neq \tilde{t} + LT_{ij}, q_{ijt} = 0 \quad (M3)$$

$$\text{if } a_{ijt} \leq x_{ijt}, y_{ijt} = a_{ijt}, \quad q_{ijL} = 0 \quad (L=1, \dots, t) \quad (M4)$$

$$\text{if } x_{ijt} < a_{ijt}, y_{ijt} = x_{ijt}, \quad t' \leq t, \sum_{L=1}^{t'-1} q_{ijL} < x_{ijt} \leq \sum_{L=1}^{t'} q_{ijL} \quad (\text{if } t'=t, x_{ijt} < \sum_{L=1}^{t'} q_{ijL}) \quad (M5)$$

$$q_{ijL} = 0 \quad (L=1, \dots, t'-1), \quad q_{ijt'} = x_{ijt} - \sum_{L=1}^{t'-1} q_{ijL}$$

$$a_{ij,t+1} = \sum_{L+CT_{ij} > t+1} q_{ijL} \quad (L=1, \dots, t) \quad (M6)$$

$$R_{ijt} = p_{ijt} y_{ijt} - c_{ijt} q_{ijt}, \quad \text{if } x_{ijt} < a_{ijt}, y_{ijt} = x_{ijt}, \quad \text{if } a_{ijt} \leq x_{ijt}, y_{ijt} = a_{ijt} \quad (M7)$$

$$IR_{ij} = \sum_{t=1}^{t=N_t} R_{ijt}, \quad SR_i = \sum_{j=1}^{j=N_i} IR_{ij}, \quad TR = \sum_{i=1}^{i=N_s} SR_i \quad (M8)$$

$$\sum_{j=1}^{j=N_i} \beta_{ij} US_{ij} \equiv UsedB_i \leq B_i \quad (\text{if } UsedB_i < B_i, SR_i = 0), \quad \sum_{i=1}^{i=N_s} B_i \leq TB \quad (\text{if } \sum_{i=1}^{i=N_s} B_i \leq TB, TR = 0) \quad (M9)$$

上限在庫量  $US_{ij}$  はここでは未定であり、 $US_{ij}$  が決定されることで在庫の計算式が完成する。粗利益の合計をより大きくする  $US_{ij}$  の探索問題を次に考える。

### Ⅲ より大きな粗利益をもたらす上限在庫量の探索

棚ごとにより大きな粗利益をもたらす上限在庫量  $US_{ij}$  を探索することを考える。上限在庫量は非負の整数である。上限在庫量の点の近傍を探索していく方法を考える。ある上限在庫量の点で棚全体の粗利益の合計  $SR$  を計算し、次にその点の各近傍の点で粗利益を計算して、近傍の点の粗利益から元の点の粗

利益を引いた値がもっとも大きな近傍の点を次の点として、再び近傍の点の粗利益を計算していく方法が考えられる。しかし、次に見るように、近傍の点を元の点の全ての隣り合わせの点とすると、商品の数が点の次元の数なので、商品の数が増えると近傍の点が多くなり計算量が膨大になる。

### 1. 菱型近傍

近傍の点を隣り合わせの点、つまりある点の各要素に $-1$ または $0$ または $+1$ の値を加えた点とし、全ての要素について同時にそのように考えると、近傍の点の個数は、商品の数を $n$ とすると $3^n - 1$ 個となり、 $n$ が大きくなるとその個数は膨大になる。このタイプの近傍をここでは網羅型近傍と呼ぶ。そこで、一つの要素(商品)についてのみ $-1$ または $+1$ を加えた近傍点を考える。これをここでは菱型近傍と呼ぶ。この場合、近傍の数は $2n$ 個となり $n$ が大きくても、現実的に十分計算可能な数となる。

網羅型近傍

元の点 $(a_1, \dots, a_j, \dots, a_n) \rightarrow$  近傍の点 $(a_1 \pm 1, \dots, a_j \pm 1, \dots, a_n \pm 1)$ は $3^n - 1$ 個存在する

菱形近傍

元の点 $(a_1, \dots, a_j, \dots, a_n) \rightarrow$  近傍の点 $(a_1, \dots, a_j \pm 1, \dots, a_n)$ は $2n$ 個存在する

したがって、以下では菱形近傍による探索を考える。さらに、解探索の初期値を原点、つまり全ての要素を $0$ として、そこからの増加のみを考えることで、元の点のある要素に対して $+1$ となる近傍だけを考える。これによって近傍の点がさらに減って $n$ となり、より計算時間が短くなる。

増加のみの菱型近傍

元の点 $(a_1, \dots, a_j, \dots, a_n) \rightarrow$  近傍の点 $(a_1, \dots, a_j + 1, \dots, a_n)$ は $n$ 個存在する

また、上で説明した、単に近傍の点の粗利益から元の点の粗利益を引いた差ではなく、その差を面積係数の $\beta_j$ で割った値が最大になる $j$ 商品の上限発注量を $+1$ 増やすという改良を加える。これは面積の制約があるので、面積係数の大きな商品については粗利益の増加を割り引くためである。よって菱形近傍探索は次の手順となる。

<菱型近傍探索の手順>

基準となる上限在庫量を $US_B$ とし、それに対する棚全体の粗利益を $SR_B$ とする。 $+1$ 増加する商品の番号を $j$ としその近傍の点を $US_j$ として、それに対する棚全体の粗利益 $SR_j$ とする。

- 1) ある上限在庫量 $US_B$ での棚全体の粗利益 $SR_B$ を計算する。
- 2)  $US_B$ の近傍の点 $US_j$ での $SR_j$  ( $j=1, \dots, N_j$ )を計算し、そのうち $(SR_j - SR_B) / \beta_j$ が最大になる $j$ を $j_m$ とする。
- 3)  $(SR_{j_m} - SR_B) / \beta_{j_m} \leq 0$ のとき探索を終了する。
- 4)  $0 < (SR_{j_m} - SR_B) / \beta_{j_m}$ のとき点 $US_{j_m}$ を次の $US_B$ として1)に戻る。

ただし、面積の制限があるので、使用面積が割当面積を越えた場合は $SR_j = 0$ とする。

棚の使用面積が割当面積より小さい値で探索が終了した場合、その差が十分大きいならば、その棚が必要以上の面積を持っており面積の制約が有効でないことになる<sup>5)</sup>。

上の菱型探索で見つけ出した解の最適性を近傍の網羅型探索で確認する。菱型探索で見つけ出した近似解(上限在庫量)の網羅型近傍の点で粗利益を計算し、菱型探索の解よりも大きな利益をもたらす網羅型近傍の点が無いか確認する。網羅型探索は点の隣の全ての点を探査するので、その意味では網羅的であるが、あくまでも近傍の点の網羅であり、解の可能性のある空間での網羅型探索ではない。その点で十分な評価とはいえない。後出のIVのC)で実際の評価を行っている。

## 2. 棚の統合による上限在庫量の探索

全ての棚を統合することで、店舗全体の粗利益をより大きくするために各棚に配置すべき割当面積と各商品の解(上限在庫量)を見つけ出すことが可能になる。具体的には、店舗内の各棚の割当面積を統合してあらたな割当面積として、その制約の下で、店舗内の全商品の粗利益の合計  $TR$  をより大きくする上限在庫量を菱形探索で探索し、その後、各棚に属する商品が必要とする面積を計算し各棚の割当面積とする。各棚に属する商品の種類は変わらないものとする。

各棚を統合すると面積の制約が (M9) から次の (13) になり、最大化すべき粗利益は全ての棚の粗利益を合計した利益  $TR$  となる。(M9) の解は必ず (13) を満たし(逆は必ずしも言えない)、かつ同じ粗利益を実現することから、各棚を統合した粗利益は統合する前の粗利益以上になることが分かる。

$$\sum_{i=1}^{i=N_s} \sum_{j=1}^{j=N_i} \beta_{ij} US_{ij} \leq TB \quad (\text{if } \sum_{i=1}^{i=N_s} \sum_{j=1}^{j=N_i} \beta_{ij} US_{ij} \leq TB, TR = 0) \quad (13)$$

ただし、現実問題としては、この方法で導いた面積にそのまま棚の面積を変更できるとは限らず、次善の策が求められるかもしれない。その場合には、その中間点つまり現行の割当面積と上で導いた最適な割当面積を結ぶ直線上、もしくはそれに近い点を次善の割当面積とすることが考えられる。ただし棚粗利益  $TR$  が棚面積  $TB$  のどのような関数なのか分からないので、このことは必ずしも厳密ではない。

上の中間点は、棚  $i$  の現在の割当面積を  $B_i^0$  とし導かれた最適な面積を  $B_i^*$  とすると次の  $\tilde{B}_i$  になる。 $B_i^0$  と  $B_i^*$  が面積の制約を満たせば、 $\tilde{B}_i$  も面積の制約を満たし、 $\alpha$  が 0 に近いほど  $B_i^*$  に近づき、1 に近いほど  $B_i^0$  に近づく。

$$\tilde{B}_i = B_i^* + \alpha(B_i^0 - B_i^*), \quad 0 < \alpha < 1, \quad i = 1, \dots, N_s, \quad \sum_{i=1}^{i=N_s} \tilde{B}_i \leq TB \quad (14)$$

## IV 具体的な計算

具体的な計算はExcel VBAによって製作したツール(プログラム)によって行った。Excelのシート上に与えられている各棚の各商品の価格・パラメータと各販売日の需要量の値に対して、上限在庫量の値を入力した後(上限在庫量の解探索の場合は探索初期値、探索初期値は後述のように原則0としている)、フォーム上の各計算機能のコマンドボタンをクリックすることで計算を行うことができる。フォームは示さない<sup>6)</sup>。商品の価格・パラメータと需要の値をシート上で任意に変更することができる。ただし、棚の数の増減にはプログラムの変更が必要である。

以下、ツールの計算機能を説明しその計算例を示す<sup>7)</sup>。計算例では、棚の数を3とし、棚1に5財、棚2に10財、棚3に15財を配置した。店舗全体の割当面積を900とし、棚1に200、棚2に300、棚3に400の面積を割り当てた。全ての商品で統一して、販売期間を30日、リードタイムを2として計算した。

### A) 全棚の各商品の各販売日の在庫と利益の計算

シートに入力された各棚の各商品の上限在庫量の値に対して、全販売期間にわたって各販売日の各棚の各商品の在庫量と粗利益、各棚の使用面積が計算される。3つの棚全てを同時に計算する。

表1は、Excelのシートに入力された棚1と棚2の各商品の価格・パラメータの値と計算された粗利益と利用面積を示したものである。斜線の部分が計算されたものである。棚3については紙幅の都合で省略した。表2は、例として棚1の各販売日の在庫量・粗利益・需要の動きを示したものである。全30

日のうち第11日以降は省略した。

表 1 棚 1 と棚 2 の価格・パラメータ, 上限在庫量, 粗利益, 面積

棚 1

商品数	割当面積	商品番号	$j$	1	2	3	4	5
5	200	売値	$p_j$	500	500	800	500	500
粗利益計	利用面積	仕入値	$c_j$	300	200	400	300	300
85,000	200	面積係数	$\beta_j$	1	1	1	4	1
		消費期間	$CT_j$	10	10	2	10	2
		発注間隔	$OI_j$	5	5	5	5	5
		期待値	$\mu_j$	6	6	5	5	5
		標準偏差	$\sigma_j$	3	3	2	2	2
		上限在庫量	$US_j$	30	48	13	20	29
		粗利益	$IR_j$	19,900	54,100	13,600	19,100	-21,700

棚 2

商品数	割当面積	商品番号	$j$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	300	売値	$p_j$	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	500	2,000
粗利益計	利用面積	仕入値	$c_j$	600	400	800	600	600	600	600	600	300	1,200
313,600	299	面積係数	$\beta_j$	2	2	2	5	10	2	2	2	2	2
		消費期間	$CT_j$	10	10	10	10	10	5	2	10	10	10
		発注間隔	$OI_j$	5	5	5	5	5	5	5	3	5	5
		期待値	$\mu_j$	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
		標準偏差	$\sigma_j$	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
		上限在庫量	$US_j$	20	26	6	3	5	8	2	20	10	25
		粗利益	$IR_j$	44,400	74,000	7,200	7,200	12,000	19,200	4,800	42,000	12,000	90,800

棚数 = 3 店舗の総割当面積 = 900

全棚の利用面積 = 898 総利益 = 5,514,000

- 1) 各商品の上限在庫量を入力し, 粗利益と使用面積が計算される。斜線部分は計算結果である。
- 2) 価格・パラメータの値は変更可能である。
- 3) 全 3 棚あるが, 棚 3 の表は紙幅の都合上省略している。面積と利益の計のズレは棚 3 の分である。

表 2 棚 1 の在庫量・粗利益・需要の動き (全 30 日の内第 16 日以降を省略)

販売期間 30 日			利用面積 200					全粗利益 85,000					需要の標本平均				
													5.1	6.8	5.2	4.4	4.7
			上限在庫量					全販売期間の粗利益					需要の標本標準偏差				
30	48	13	20	29	19,900	54,100	13,600	19,100	-21,700	2.9	2.6	2.6	1.8	2.3			

  

期	棚の粗利益	棚の使用面積	在庫量					粗利益					需要				
			$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$R_1$	$R_2$	$R_3$	$R_4$	$R_5$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
1	-22,500	200	30	48	13	20	29	-6,000	-5,100	-1,200	-4,000	-6,200	6	9	5	4	5
2	12,400	159	24	39	8	16	24	2,000	4,500	2,400	500	3,000	4	9	3	1	6
3	7,500	110	20	30	0	15	0	3,500	2,000	0	2,000	0	7	4	4	4	4
4	9,000	83	13	26	0	11	0	2,000	3,500	0	3,500	0	4	7	5	7	8
5	7,500	44	9	19	0	4	0	3,000	2,500	0	2,000	0	6	5	4	5	1
6	7,000	17	3	14	0	0	0	1,500	5,500	0	0	0	9	11	5	4	2
7	1,500	3	0	3	0	0	0	0	1,500	0	0	0	4	6	8	5	7
8	-17,400	183	27	34	13	20	29	-4,600	-4,300	1,200	-4,000	-5,700	7	5	8	4	6
9	13,500	141	20	29	5	16	23	3,500	2,000	4,000	2,000	2,000	7	4	6	4	4
10	8,000	86	13	25	0	12	0	500	2,500	0	5,000	0	1	5	7	10	1
11	12,000	40	12	20	0	2	0	6,000	5,000	0	1,000	0	12	10	3	4	4
12	1,500	10	0	10	0	0	0	0	1,500	0	0	0	6	3	5	4	1
13	-14,400	167	18	35	13	18	29	-900	-1,100	-2,800	-3,400	-6,200	9	9	3	4	5
14	8,600	125	9	26	10	14	24	1,500	1,500	1,600	3,000	1,000	3	3	2	6	2
15	7,500	61	6	23	0	8	0	1,000	4,500	0	2,000	0	2	9	2	4	3

※入力した上限在庫量に対して、在庫量・粗利益・使用面積が計算される。

B) 指定した棚の上限在庫量の近似解の菱形探索

指定された棚に対して、より大きな利益をもたらす上限在庫量の近似解を菱形探索によって探索し、探索後の各商品の上限在庫量と粗利益とその合計、加えて利用面積を計算する。ここでは省略しているが、探索途中の各商品の上限在庫量と粗利益とその合計も表示できる。計算時間が長くなり過ぎないようにするため、探索回数の上限を予め指定しておく。より棚の大きな粗利益をもたらす近傍が見つからないか、または予め指定した探索回数の上限に達した時点で探索は終了する。どちらの条件で計算が止まったか確認できるようにしている。表 3 は探索結果である。棚 3 は省略した。

表 3 棚 1 と棚 2 の菱形探索の結果

棚 1

探索回数	133	財番号	1	2	3	4	5
割当面積	200	探索初期値	0	0	0	0	0
利用面積	199	探索後上限発注量	38	54	9	22	10
粗利益 計	127,100	探索後粗利益	23,900	56,400	16,800	20,000	10,000

棚 2

探索回数	151	財番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
割当面積	300	探索初期値	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
利用面積	300	探索後上限発注量	31	28	10	0	0	30	6	21	5	19
粗利益 計	358,800	探索後粗利益	62,400	76,800	12,000	0	0	61,600	12,400	44,000	6,000	83,600

1) 棚 3 は紙幅の都合上省略している。



ただし、今後の課題として以下のようなものが残った。菱形解探索による解の評価を十分できていない。また、販売期間の1回の需要量に対する計算しか行っていないが、十分な回数の計算を繰り返す行うことで各種の性質・傾向を見つけることができよう。例として、棚面積と総利益の関係(凹関数か否かなど)、各価格・パラメータの変化が最適な上限在庫量と粗利益にどのような影響を与えるかなどが挙げられる。今回は発注費や在庫維持費、他に消費期限切れで処分される在庫分に付与される価格、品切れによって生じる顧客のその後の当該店舗に対する需要行動へのマイナスの影響を組み入れなかったが、それらを組み入れることでモデルがより汎用性を持つことになる。

定量発注方式の分析、またその定期発注方式との比較も興味深い。今回は定期発注方式を扱い上限在庫量だけを選択変数としたが、調達期間も選択変数とすることが可能である。ただし上限在庫量と調達期間は性格の違う変数なので、今回の近傍探索だけでは十分といえないであろう。これらのことを組み入れる場合はGA (Genetic Algorithm) が有力な解探索方法の候補として挙げられる。

既に述べたように、今後の目的の一つに、モニターが慣習的方法や直感によって自身で決定する上限在庫量と本稿で示す探索方法に基づいて作成したツールが計算した上限在庫量がどのぐらいの利益の違いをもたらすかを示し、もしその乖離が大きい場合、より利益を大きくする方法があることを示すという啓発教育的目的があるが、それを実践していきたい。

#### 注

- 1) ここでモニターとは、本稿のツールを使用する者のことを指す。商品の価格・パラメータと需要量を見ながら、このツールを用いて、自身が選択した上限在庫量に対して在庫・粗利益の計算を行い、またその結果とツールが探索した結果との比較を行うことで、在庫決定方法に関する知見を得る者のことを指す。ただ、実際にはこのツールに関してモニターによるこのような利用はまだ行われていない。
- 2) EOQ (経済的発注量) を計算するときなどでは在庫維持費と発注費が前提とされるが、この2つの費用は実際には必要ない場合も多いと思われる。これらの費用を本稿のツールに組み込むことは必ずしも難しくない。
- 3) 制約としては、陳列スペース以外にも商品の仕入れのための資金などが考えられる。その場合は店舗全体での制約となると考えられる。また陳列においては、厳密に言えば商品の高さや重さの問題があるが、それについてはその棚に陳列されている以上クリアしているものとする。
- 4) 実際により古く納入された在庫分から先に客の手に渡されているかという点、そうとも限らないであろう。コンビニやスーパーなどで客が自身で商品を選ぶ場合には、消費期限が新しい商品を選ぶ場合も多いであろう。しかし、もし客の消費に影響がないならば、客がより消費期限が古い商品を選ぶ方が、店の費用が下がりそれが売値の下落につながることを考えれば、社会的な意味ではより古い商品を選ぶべきである。特にスーパーなど食品の割合が多い店では、客が消費期限の新しい品物を選ぶか古い品物を選ぶかの違いで、店の経営への影響が出る蓋然性が高い。プログラムでは、消費期限の新しい商品を客が選ぶ状況も作りだせる。さらに消費期限に関わりなくランダムに客が商品を選んでカゴに入れる状況を作ることも可能である。ただし確率的な計算結果が生じるプログラムは、本稿の目的には沿わない。
- 5) 計算上、使用面積と割当面積の差が $\beta_i$ の最大値以上ならば、どの商品でも1個増やす余地があるにも関わらず、商品が増加していないことになり面積の制約が有効でないことになる。
- 6) ツールはその他、表示に関するオプションや販売期間の長さの設定、全網羅型近傍探索によって菱形探索の結果を評価する機能を持つが、煩雑になるのでその説明は行わない。
- 7) 以下で示す表は、ツールが実際にシート上に表示する結果を論文用により分かり易く整理したものである。

#### 参考文献

- Hadley, G. and Whitin, T. M. (1963), *Analysis of Inventory Systems* (Englewood Cliffs, Prentice-Hall).
- Kopytov, E. and Muravjovs, A. (2011), "SIMULATION OF INVENTORY CONTROL SYSTEM FOR SUPPLY CHAIN "PRODUCER-WHOLESALE-CLIENT" IN EXTENDSIM ENVIRONMENT," *Proceedings 25th European Conference on Modelling and Simulation*.

Mar. 2015

複数財の在庫モデルのシミュレーション分析

- Liu,Q., Zhang,X., Liu,Y. and Lin,L. (2013), "Spreadsheet Inventory Simulation and Optimization Models and Their Application in a National Pharmacy Chain," *INFORMS Transactions on Education*, 14, 13-25.
- Oberstone, J. (2008), "Teaching Inventory Management Simulation Using E-Learning Software: Blackboard, Elluminate Live!, and Jing," *ICELW 2008*.
- Umble, E. and Umble, M. (2013), "Utilizing a Simulation Exercise to Illustrate Critical Inventory Management Concepts," *Decision Sciences Journal of Innovative Education Volume*, 11, 13-21.
- Zabawa, J. and Mielczarek, B. (2007), "TOOLS OF MONTE CARLO SIMULATION IN INVENTORY MANAGEMENT PROBLEMS," *Proceedings 21st European Conference on Modelling and Simulation*.
- 久保幹雄 (2001) 『ロジスティクス工学』朝倉書店.
- 岡太彬訓・後藤兼一 (1987) 『オペレーションズ・リサーチ—経営科学入門—』共立出版.
- 宮川公男 (1979) 『オペレーションズ・リサーチ』春秋社.

(2014年11月21日掲載決定)